はじめに

近年，インターネットの世界は日に日に拡大を続け，その抱える情報量は非常に膨大なものとなっています。また，パソコンは言うに及ばず，スマホ・タブレットの急激な発達により，人々がインターネットにアクセスする機会はますます増えてきました。そのような背景のもと，中学生の学習の中でインターネットを利用するという行為も特別なことではなくなってきました。しかしながら，インターネットには、膨大な情報が存在し，中学生がそれを見極めて，日々の学習に必要な情報を選び出すのは非常に困難な作業だと思われます。

弊社は，そのような現状においてもやはりインターネットの有用性を確信し，意欲のある中学生が安心して学習できる場として，学習動画サイトのイークルースを立ち上げました。イークルースの学習動画は，中学校で学習する内容の要点をまとめ，パソコン・タブレット・スマホからいつでも学習できるように構成されています。内容については、文部科学省の学習指導要領に準拠したものとなっており，解説は経験豊富な現役の塾講師によって監修されています。毎日の予習・復習はもちろん，定期テストへの対策としても十分ご利用いただけると確信しております。

本書は，イークルースでの学習内容を 1 冊にまとめ，書き込んで使用できるようにした学習ノートです。学習においては，知識を自分のものとして吸収するインプットと，自分の持っている知識を解答として出すアウトプットの２つが共に重要となります。イークルースの学習動画においてしっかりインプットした知識を，アウトプットとして試す場がこの学習ノートになります。したがって，イークルースの学習動画と本書があれば，学習塾などに通うことなく自立して学習することができるようになっています。

本書を利用することで，多くの中学生のみなさんが自立して学習できるようになり，みなさんの目標が達成されることを，スタッフ一同，心から願っています。

株式会社 Prisola インターナショナル
スカイホープ個別指導学院

イークルースと本書を使った自立的学習法

本書には、解答は付いていません。解答は、全て、イークルースのサイトでご確認ください。答えをすぐに見るという悪い習慣がつかず、自分で考えて学習するからこそ、成績がアップします。

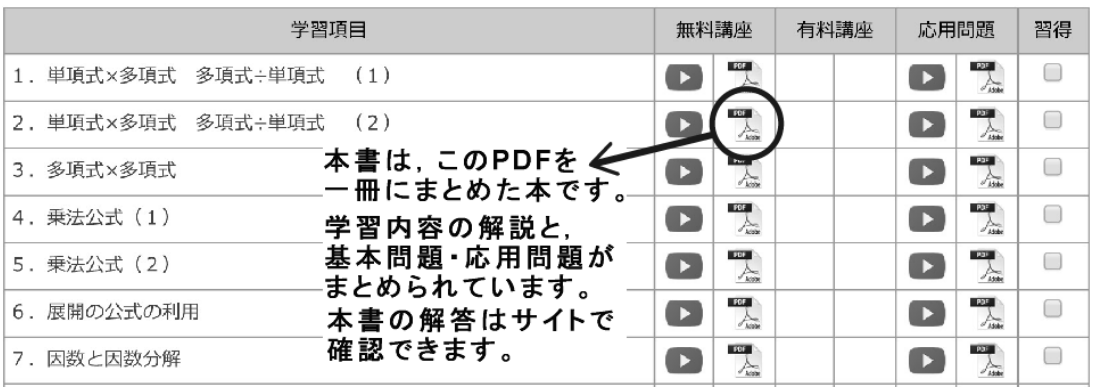
1．まずは，イークルース（http://e-clus.com）でユーザー登録（無料）を！

ユーザー登録を行うと，すでに見た動画の履歴が管理できるようになります。イークルースを有効に活用するためには，まず，ユーザー登録（無料）を行ってください。

2．本書にどんどん書き込んで勉強しよう！

各講座は，①学習内容の解説，②基本問題，③応用問題から構成されています。

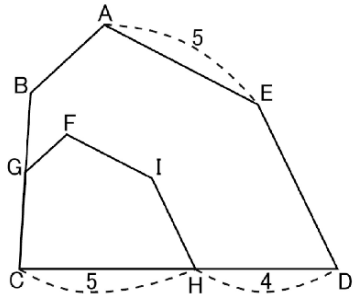
イークルースのサイト（http://e-clus.com）から学習する項目を選び，学習内容の解説をしっかりと見て，確認してください。**学習内容の解説を聞き流すだけではなく，本書にマーカーで線を引いたり，気づいたことなどを書き込んだり**するとさらに学習効果が上がります。



３．基本問題を解こう

学習内容の解説の後には，基本問題があります。ここで動画をいったんストップし，必ず学習ノートに書き込んで確認してください。問題ができたら動画を再生し，すぐに解答をチェックしましょう。まちがえた問題はもう一度学習内容の解説を視聴するなどして，必ず理解しておきましょう。

基本問題　五角形FGCHIは五角形ABCDEを縮小したものである。
①相似の中心を答えよ。
②五角形ABCDEと五角形FGCHIの相似比を求めよ。
③辺FIの長さを求めよ。



動画をストップして，
解答を書きましょう。

基本問題の解答は，
動画を再生すると，
すぐに確認できます。

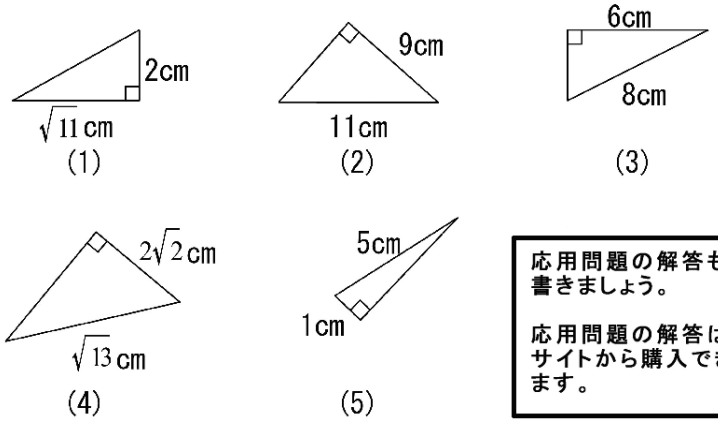
４．応用問題を解こう

基本問題が確認できたら，次は応用問題に挑戦してみましょう。応用問題は定期テストなどによく出される形式ですので，しっかりと練習することで定期テストでの得点アップにつながります。応用問題の解答は有料となっていますので，わからない問題や気になる問題があれば，応用問題の解答でチェックしておきましょう。

応用問題の購入については，保護者の方と相談して，イークルースのサイト（http://e-clus.com）でご確認ください。

応用問題　　定期テスト予想問題

下の図の直角三角形で、残りの辺の長さを求めよ。



応用問題の解答も
書きましょう。

応用問題の解答は，
サイトから購入でき
ます。

目　　次

第1章　多項式の計算

1．単項式×多項式多項式÷単項式（1）……6
2．単項式×多項式多項式÷単項式（2）……7
3．多項式×多項式……8
4．乗法の公式……9
5．乗法の公式（2）……10
6．展開の公式の応用……11
7．因数と因数分解……12
8．因数分解の公式（1）……13
9．因数分解の公式（2）……15
10．因数分解の公式（3）……16
11．いろいろな因数分解（1）……17
12．いろいろな因数分解（2）……18
13．いろいろな因数分解（3）……19
14．計算の工夫……20
15．整数の性質の証明……21
16．図形の性質の証明……22
17．素因数分解……23

第2章　平方根

1．平方根の意味……26
2．平方根の表し方と大小……27
3．有理数・無理数と循環小数……28
4．平方根の乗除と変形（1）……30
5．平方根の乗除と変形（2）……32
6．平方根の加減・四則計算……34
7．乗法公式の利用……36
8．近似値（およその値）……38
9．平方根の利用……40

第3章　2次方程式

1．平方根による解き方①……42
2．平方根による解き方②……44
3．解の公式による解き方……46
4．因数分解による解き方……48
5．文字の値、数に関する問題……50
6．図形に関する問題……52
7．グラフに関する問題……53
8．動点に関する問題……54

第４章　関数 $y = ax^2$

1．2乗に比例する関数……56
2．$y = ax^2$のグラフ……57
3．$y = ax^2$の値の変化と変域……59
4．変化の割合……61
5．$y = ax^2$の利用①平均の速さ等……63
6．$y = ax^2$の利用②動点の問題……65
7．$y = ax^2$の利用③図形の移動……67
8．放物線と直線①……69
9．放物線と直線②……71
10．2つの放物線……73
11．いろいろな関数……75

第5章　図形と相似

1．相似な図形の性質……76
2．三角形の相似条件……78
3．相似の証明……80
4．相似の利用①三角形……81
5．相似の利用②縮図……83
6．三角形と線分比……85
7．平行線と線分比①……87
8．平行線と線分比②……89
9．中点連結定理①……91
10．中点連結定理②……93
11．角の二等分線と線分比……94
12．三角形の面積と線分比……96
13．平行四辺形と線分比……98
14．相似な図形の面積比……99
15．相似な立体の表面積・体積の比……100

第6章　円

1．円周角の定理……102
2．円周角の定理の問題……103
3．等しい弧に対する円周角……104
4．円周角の定理の逆……105
5．円の接線……106
6．円と相似……108

第7章　三平方の定理

1．三平方の定理……110
2．三平方の定理の逆……112
3．三角形の高さ・対角線の長さ……114
4．特別な三角形の辺の比……115
5．円の弦の長さの求め方……117
6．2点間の距離の求め方……118
7．直方体の対角線の求め方……119
8．角錐・円錐の高さと体積……121
9．平面図形と三平方の定理……122
10．折り曲げ問題と三平方の定理……123
11．立体上の最短距離と三平方の定理……124
12．球と三平方の定理……125

第8章　標本調査

1．全数調査と標本調査……128
2．標本調査の利用……129

Memo

第1章　多項式の計算　1．単項式×多項式　多項式÷単項式　（1）

多項式と単項式の乗法　単項式×多項式　多項式×単項式

例題1　次の計算をしなさい。

（1）$5x(x+2y)$

（2）$(3x-5y)\times(-3y)$

例題2　次の計算をしなさい。

（1）$2x(3x-4y)$

（2）$(-4a+3b)\times 3b$

ポイント：多項式と単項式の乗法では、***分配の法則*** を使って計算する。

分配の法則：　$a(a+b)=ab+ac$
$(b+c)\times a=ab+ac$

多項式と単項式の除法　多項式÷単項式

例題3　次の計算をしなさい。

（1）$(6a^3+4a^2)\div a$

（2）$(2a^2b-3ab)\div\frac{1}{2}b$

多項式を単項式でわる
ときは、わる数を逆数にして、
分配の法則を利用する。

逆数：
分母と分子をひっくり返す
符号はもとの式のまま

$$\frac{1}{2}ab=\frac{ab}{2}\quad\frac{2}{ab}$$

$$-2xy=-\frac{2xy}{1}\quad-\frac{1}{2xy}$$

応用問題

次の計算をしなさい。

（1）$-3a(2a-b-1)$

（2）$-2a\left(\frac{1}{6}b-4ab-\frac{2}{3}a\right)$

（3）$(10x^2-5x)\div(-5x)$

（4）$(x^2y-3xy)\div\frac{1}{3}x$

第1章　多項式の計算　2. 単項式×多項式　多項式÷単項式　（2）

単項式・多項式のいろいろな計算　かっこをはずして同類項の整理

例題1　次の計算をしなさい。

①かっこを外す

②同類項をまとめる

（1）$x(x+2)+4x(x-2)$

（2）$2x(x+4)-x(3x-1)$

単項式・多項式のいろいろな計算　少し複雑な計算

例題2　次の計算をしなさい。

（1）$\frac{x}{4}(12x-8y)+\frac{y}{5}(5x+20y)$

（2）$2x(x+4)-(3x-1)\div\frac{1}{x}$

（3）$2x(4x-3)-6x(2x-5)$

計算のスピードアップ
－　×　－　は、＋
－　×　＋　は、－
＋　×　－　は、－

応用問題

次の計算をしなさい。

（1）$4a(a-1)-a(2a-2)$

（2）$2a(3a-5)-7a(a+1)$

（3）$\frac{a}{2}(8a+10)-\frac{a}{3}(9a-15)$

（4）$8x\left(\frac{3}{4}x-\frac{1}{6}y\right)-4y\left(\frac{1}{2}y-\frac{2}{3}x\right)$

第1章　多項式の計算　3．多項式×多項式

多項式×多項式　式の展開

基本問題　次の式を展開しなさい。

多項式の積の形 ⇒ 単項式の和の形

式を**展開**するという

(1) $(x+3)(y+5)$

(2) $(a+2)(a+2b-3)$

(3) $(a-b)(2a+b)$

(4) $(3a-1)(2b-3)$

応用問題

次の式を展開しなさい。

(1) $(2a+b)(-2a-b)$

(2) $(3x-y)(x+y)$

(3) $(x+3)(y+4)$

(4) $(a+3)(a+2b-5)$

(5) $(x+2)(2x-5)$

(6) $(x+y)(3x^2+xy+y^2)$

第1章　多項式の計算　4. 乗法の公式

乗法の公式その1　公式を自分で作ってみよう

基本問題　次の式を展開しなさい。

(1) $(x+3)(x+5)$

(2) $(x+a)(x+b)$

乗法の公式　その1

$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

乗法の公式その1　計算練習

基本問題　次の式を展開しなさい。

(3) $(x+2)(x+6)$

(4) $(x-8)(x+5)$

(5) $(a-3)(a-7)$

応用問題

次の式を展開しなさい。

(1) $(x+7)(x+2)$

(2) $(x-2)(x+4)$

(3) $(y+9)(y-5)$

(4) $(b-6)(b-4)$

(5) $\left(x-\frac{1}{3}\right)\left(x-\frac{2}{3}\right)$

(6) $\left(x-\frac{1}{3}\right)\left(x+\frac{2}{5}\right)$

第1章　多項式の計算　5. 乗法の公式（2）

乗法の公式その2，その3，その4

基本問題　次の式を展開しなさい

(1) $(x+a)^2$

乗法の公式　その2

$(x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$

(2) $(x+4)^2$

(3) $(x-a)^2$

乗法の公式　その3

$(x-a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$

(4) $(x-3)^2$

(5) $(x+a)(x-a)$

乗法の公式　その4

$(x+a)(x-a) = x^2 - a^2$

(6) $(x+5)(x-5)$

応用問題

次の式を展開しなさい

(1) $(x+2)^2$

(2) $(x-4)^2$

(3) $(x-2)(x+2)$

(4) $\left(x+\frac{5}{6}\right)^2$

(5) $(3x+4)^2$

(6) $(3-b)^2$

(7) $\left(x+\frac{1}{3}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)$

第1章　多項式の計算　6. 展開の公式の応用

ちょっとした工夫で簡単に計算ができる。

基本問題　次の式を展開しなさい。

（1）$(2x+1)(2x-4)$

Point:　$2x$ を一つの文字（たとえば、M）とみて、乗法の公式を利用する。

（2）$(ab-4)(ab+6)$

（3）$(a+5b)(a+2b)$

Point:　$5b$ や $2b$ を一つの文字（たとえば、それぞれMやN）とみて、乗法の公式を利用する。

（4）$(2x+y)(2x-y)$

（5）$(x+y+2)(x+y-3)$

Point:　$x+y$ を一つの文字（たとえば、M）とみて、乗法の公式を利用する。

ただし、分からなければ、公式を使わずに、順番に展開してもよい。

$(x+y+2)(x+y-3)$

応用問題　次の式を展開しなさい。

（1）$(x+6y)(x-5y)$

（2）$(3x+7y)^2$

（3）$(2a+3)(2a+5)$

（4）$(ab-2)(ab+1)$

（5）$(x-y-7)(x-y+7)$

（6）$\left(4x+\frac{3}{2}y\right)\left(4x-\frac{3}{2}y\right)$

（7）$(3x-2)^2-(3x+2)(3x-2)$

第1章　多項式の計算　7. 因数と因数分解

因数と因数分解とは

基本問題　次の式を因数分解しなさい。

(1) $ma + mb$

①$m, a+b$ を $ma + mb$ の因数という。
②多項式をいくつかの因数の積に表すことを、
　多項式を因数分解するという。
　※ 因数分解 ←→ 展開

(2) $12ma + 4mb$

(3) $x^2 - xy - 2x$

(4) $ab + ac - ad$

(5) $6x^2y - 9xy^2 - 3xy$

(6) $15xy - 25y^2$

検算しよう：因数分解して得られた答えの式を展開して、元の式に戻れば正解！！

応用問題　次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^2 - xy$

(2) $4x^3 - x^2 + x$

(3) $4ax - 8ay - 16a$

(4) $ax - bx + cx$

(5) $4x^2 - 6x$

(6) $3a^2b + 6ab^2$

(7) $12ax + 18ay - 24a$

(8) $\frac{1}{3}ax + \frac{1}{6}a$

(9) $\frac{5}{16}ab^2 - \frac{25}{12}a^2b$

第1章　多項式の計算　8. 因数分解の公式（1）

因数分解の公式その1

基本問題　次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^2 + ax + bx + ab$

因数分解の公式　その1
$x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$
乗法の公式　その1の逆
Point:　積が ab 、和が $a + b$ となる a, b を求める

(2) $x^2 + 7x + 6$

①　積が　+6　になる a, b をまず全て求める。

②　和が　+7　になっているか確認する。

$ab=6$	$a+b=7$ か？

③　上記の表より、$a=$　　$, b=$　　が適切であることが分かる。

(3) $x^2 + 2x - 15$

積が－15、和が2　の a, b を求める。

$ab=-15$	$a+b$

(4) $a^2 - a - 12$

(5) $t^2 - 12t + 27$

第1章　多項式の計算　8. 因数分解の公式（1）

応用問題　次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^2 - 8x + 12$

(2) $x^2 - x - 6$

(3) $x^2 + 3x - 54$

(4) $x^2 - 3x - 28$

(5) $y^2 - 4y - 12$

(6) $a^2 - 8a - 20$

(7) $y^2 + 24y + 135$

(8) $x^2 - 13x - 168$

第1章　多項式の計算　9. 因数分解の公式（2）

乗法の公式その2，その3

因数分解の公式その2 「乗法の公式その2を逆に使う」

$x^2 + 2ax + a^2 = (x + a)^2$

Point : 一次の項の係数を2で割った数の2乗が、
数の項になるかどうか。

因数分解の公式その3 「乗法の公式その3を逆に使う」

$x^2 - 2ax + a^2 = (x - a)^2$

Point ： 符号に注意

基本問題　次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^2 + 14x + 49$

(2) $x^2 - 10x + 25$

(3) $x^2 - 16x + 64$

(4) $x^2 - 20xy + 100y^2$

(5) $x^2 - 18xy + 81y^2$

応用問題　次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^2 + 10x + 25$

(2) $a^2 - 18a + 81$

(3) $b^2 - 24b + 144$

(4) $b^2 - 14b + 48$

(5) $x^2 + 2x + 1$

(6) $x^2 - 4x + 4$

(7) $x^2 + 6x + 9$

(8) $x^2 - 8x + 16$

(9) $x^2 - 10x + 25$

(10) $x^2 + 12x + 36$

(11) $x^2 - 14x + 49$

(12) $x^2 + 16x + 64$

(13) $x^2 + 18x + 81$

第1章　多項式の計算　10. 因数分解の公式（3）

乗法の公式その4

乗法の公式を逆に使う。

因数分解の公式その4　$x^2 - a^2 = (x + a)(x - a)$

覚え方：　平方の差　＝　和と差の積

基本問題　次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^2 - 16$

(2) $x^2 - 36$

(3) $a^2 - \frac{1}{25}$

(4) $25 - a^2$

(5) $\frac{1}{49} - y^2$

(6) $100 - b^2$

応用問題

(1) $x^2 - 1$

(2) $x^2 - 81$

(3) $4a^2 - 25$

(4) $16x^2 - 36y^2$

(5) $\frac{256}{81}a^2 - \frac{25}{49}b^2$

(6) $289x^2 - 324$

(7) $361x^2y^2 - 400$

(8) $\frac{4}{9}x^2 - \frac{1}{16}y^2$

(9) $x^4 - y^4$

第1章　多項式の計算　11．いろいろな因数分解（1）

どの因数分解の公式を選んだらいいのか　丸秘テクニック

因数分解の公式

$$\boxed{x^2+(a+b)x+ab}=\boxed{(x+a)(x+b)}$$

$$x^2\boxed{+}2ax+\boxed{a^2}=\boxed{(x+a)^2}$$

$$x^2\boxed{-}2ax+\boxed{a^2}=\boxed{(x-a)^2}$$

$$\boxed{x^2-a^2}=\boxed{(x+a)(x-a)}$$

式の形に注目！！

基本問題　次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^2+3xy-28y^2$

(2) $16x^2+16x+4$

(3) $9x^2-30x+25$

(4) $16x^2-9y^2$

応用問題　次の式を因数分解しなさい。

(1) $4x^2+20x+25$

(2) $16x^2+8xy+y^2$

(3) $x^2-14xy+45y^2$

(4) $x^2+10xy+9y^2$

(5) $49x^2+91xy+40y^2$

(6) $49a^2-121b^2$

(7) $x^2-18xy+81y^2$

(8) $64x^2-49y^2$

第1章　多項式の計算　12. いろいろな因数分解（2）

基本問題　次の式を因数分解しなさい。

Point：共通因数をくくり出そう
$ma + mb = m(a + b)$

(1) $3x^2 + 18x + 27$

(2) $5x^2 - 45$

(3) $ax^2 - 2ax - 8a$

(4) $-3x^2 + 27x - 60$

(5) $3xy^2 - 24xy + 48x$

応用問題　次の式を因数分解しなさい。

(1) $ax^2 - 6ax - 55a$

(2) $3x^2 + 12x + 12$

(3) $5x^2 - 125y^2$

(4) $8a^2 - 96ab + 288b^2$

(5) $ab^2 - 64a$

(6) $4xy^2 - 40xy + 36x$

(7) $8ax^2 - 8ax - 30a$

第1章　多項式の計算　13. いろいろな因数分解（3）

基本問題　次の式を因数分解しなさい。

Point：式を一つの文字に置き換えて
公式が使えないかを考える

(1) $(x+y)^2+5(x+y)+6$

(2) $(x-4)y-5(x-4)$

(3) $(x+2)^2-8(x+2)+16$

(4) $(x+y)^2-36$

応用問題　次の式を因数分解しなさい。

(1) $(a+b)^2-49b^2$

(2) $(x+y)^2+17(x+y)+72$

(3) $(a-2)^2-20(a-2)+100$

(4) $(x-4)^2-12(x-4)+32$

(5) $(x-y)^2-(2x-3y)^2$

(6) $(x^2-2xy+y^2)+3(x-y)+2$

第1章　多項式の計算　14. 計算の工夫

基本問題　次の式を工夫して計算しなさい。

(1) $39^2 - 31^2$

Point：因数分解や展開を利用すれば、
数の計算が簡単にできる。

(2) 52×46

(3) 47^2

(4) $x = 567$ のとき、$(x - 3)(x + 5) - (x - 4)^2$ の値を求めなさい。

応用問題　次の式を工夫して計算しなさい。

(1) $83^2 - 63^2$

(2) $\left(\frac{16}{35}\right)^2 - \left(\frac{19}{35}\right)^2$

(3) 63×54

(4) 79^2

(5) $x = \frac{5}{11}$ のとき、$(x + 4)(x - 7) - (x - 5)(x - 9)$ の値を求めなさい。

第1章　多項式の計算　15. 整数の性質の証明

ポイント解説

ポイント

n を整数とした場合

偶数　　$2n$

奇数　　$2n+1$

3の倍数　　$3n$

4の倍数　　$4n$

・・・

二つの連続した整数　　$n, n+1$

三つの連続した整数　　$n-1, n, n+1$

このように表すことができる。

整数は、
文字の式を用いて、
表すことができる。

一般化

基本問題

連続する2つの整数では、大きい整数の平方から小さい整数の平方を引いた値は、元の2つの整数の和に等しい。このことを証明せよ。

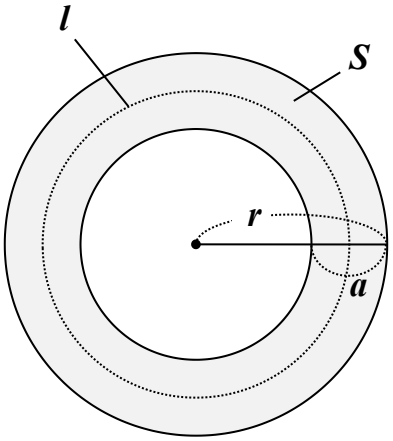
応用問題

連続する二つの奇数について、大きい奇数の2乗から、小さい奇数の2乗を引いた値は、8の倍数になる。このことを証明しなさい。

第1章　多項式の計算　16. 図形の性質の証明

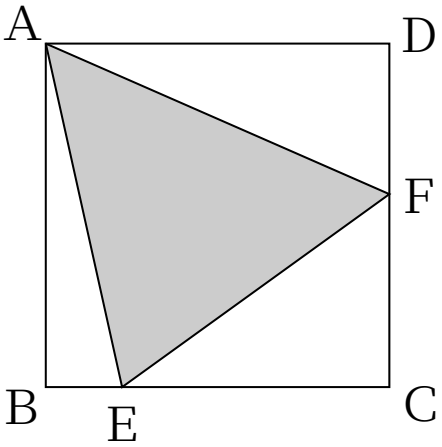
基本問題

半径 r の円形の土地の内側に、幅 a の灰色の道がある。この道の真ん中を通る円周の長さを l とし、道の面積を S とするとき、$S = a\,l$ の関係が成立することを証明しなさい。



応用問題

右図のように、一辺の長さが a の正方形 $ABCD$ で、辺 BC 上に、$BE = b$ となる点 E をとり、辺 CD 上に、$DF = 2b$ となる点 F をとった場合、三角形 AEF の面積は、$\frac{1}{2}a^2 - b^2$ となる。このことを証明しなさい。



第1章　多項式の計算　17．素因数分解

素因数分解　4つのポイント

①因数

45を9×5や3×15のように、**2以上**のいくつかの**自然数の積**に表すとき、9，5，3，15のような積を作っている**一つ一つの自然数を因数**という。

45＝9×5
45＝3×15

因数

素因数分解　4つのポイント

②素数：**2，3，5，7，11，13・・・**のように、**それ自体の数よりも小さい自然数の形には表すことができない自然数**を素数という。すなわち、素数とは、**1とその数の他に約数がない自然数**のことをいう。**ただし、1は、素数ではない。**

2＝1×2，3＝1×3，5＝1×5，・・・

素数

100までの素数

	2	3		5		7			
11		13				17		19	
		23						29	
31						37			
41		43				47			
		53						59	
61						67			
71		73						79	
		83						89	
						97			

第1章　多項式の計算　17．素因数分解

素因数分解　4つのポイント

③素因数：素数である因数を素因数という。

42＝2×3×7

④素因数分解：自然数を素因数だけの積に表すことを素因数分解という。

42＝2×3×7

イメージ：
出来る限り小さい数字の積にすること

素因数分解の仕方

2　)42

3　)21

7

42＝2×3×7

応用問題　次の数を素因数分解しなさい。

(1)8　　(2)20　　(3)84

(4)63　　(5)108　　(6)196

Memo

第2章　平方根　　1．平方根の意味

平方根とは

POINT　2乗すると a になる数を a の平方根という。
$2^2 = 4$, $(-2)^2 = 4$, $4^2 = 16$, $(-4)^2 = 16$ であるので、
4 の平方根は 2 と -2 、16 の平方根は 4 と -4 となる。

基本問題　次の数の平方根を求めなさい。

(1)　9　　(2)　36　　(3)　121

正の数には平方根は正、負の2つがあり絶対値は等しい。
0 の平方根は 0 だけ、負の数には平方根が無い。

基本問題

次の数の平方根を求めなさい。

(4)　10000　　(5)　7　　(6)　23

正と負の平方根をまとめて　±　で表してもよい。

(7)　$\frac{16}{25}$

a $(a > 0)$ の平方根で、正のほうを $\sqrt{a}$ 、負のほうを $-\sqrt{a}$ で表す。
$\sqrt{\ }$ を根号といい、ルートと読む。

100 の平方根は[　　]と[　　]で、まとめて[　　]となる。
15 の平方根は[　　]と[　　]で、まとめて[　　]となる。

応用問題

次の数の平方根を求めなさい。

(1)　$\frac{1}{9}$　　(2)　$\frac{16}{81}$　　(3)　0.09

(4)　7　　(2)　$\frac{169}{400}$　　(3)　$\frac{3}{5}$

第2章　平方根　　2. 平方根の表し方と大小

平方根の表し方

POINT

$a>0$ のとき　$(\sqrt{a})^2=a$ 、$(-\sqrt{a})^2=a$　　$\sqrt{a\times a}=a$ 、$-\sqrt{a\times a}=-a$

例）$(\sqrt{3})^2=3$ 、$(-\sqrt{3})^2=3$　　$\sqrt{5\times5}=5$ 、$-\sqrt{5\times5}=-5$

基本問題　　次の数を根号を使わないで表しなさい。

(1)　$\sqrt{49}$　　(2)　$-\sqrt{900}$　　(3)　$-\sqrt{\frac{81}{16}}$　　(4)　$\sqrt{(-3)^2}$

平方根の大小

POINT　　負の数は絶対値が大きいほど小さい

a,b が正の数で、$a<b$ ならば $\sqrt{a}<\sqrt{b}$　　$-\sqrt{a}>-\sqrt{b}$

a,b が正の数で、$a<b^2$ ならば $\sqrt{a}<b$

a と $\sqrt{b}$ の大小を比べるとき　a を $\sqrt{a^2}$ にして　$\sqrt{a^2}$ と $\sqrt{b}$ で比べる。

基本問題　　次の数の大小を不等号を使って表しなさい。

(1) $\sqrt{14}$　$\sqrt{15}$　(2) 9　$\sqrt{80}$　(3) $-\sqrt{18}$　-4　(4) $\sqrt{0.3}$　0.3

応用問題

次の数を根号を使わずに表しなさい。

(1)　$(\sqrt{\frac{1}{2}})^2$　　(2)　$(-\sqrt{\frac{3}{5}})^2$　　(3)　$-(\sqrt{13})^2$

次の数の大小を不等号を使って表しなさい。

(4)　$\sqrt{\frac{5}{8}}$ 、$\frac{3}{4}$ 、$\sqrt{\frac{3}{4}}$　　(5)　-3 、$-\sqrt{2}$ 、$-\sqrt{5}$

第2章　平方根　　3．有理数・無理数と循環小数

有理数と無理数

有理数 ⇒ 分数で表すことのできる数（割り切れる数）

無理数 ⇒ 分数で表せない数（割り切れない数）$\sqrt{\ }$ や π

有限小数　0.3　0.067　-3.09（有理数）

無限小数
- 循環小数　0.128128128・・・・（有理数）
- 循環しない小数　2.2360679・・・・（無理数）

基本問題　　次の数は有理数か、無理数か。

(1)　-0.8　　(2)　$\sqrt{5}$　　(3)　$-\sqrt{0.4}$　　(4)　$\frac{\pi}{3}$

(5)　$-\sqrt{0.01}$　　(6)　$\sqrt{\frac{4}{100}}$　　(7)　$-\sqrt{\frac{16}{81}}$

基本問題　　次の数を循環小数で表しなさい。

☆循環小数の表し方

循環する数字の始めと終わりの数字上に ・ をつける。

例） 0.12812812・・・ ⇒ $0.\dot{1}2\dot{8}$

1.538753875387 ⇒ $1.\dot{5}38\dot{7}$

(1)　$\frac{5}{6}$　　(2)　$\frac{2}{3}$　　(3)　$\frac{7}{11}$

第2章　平方根　　3．有理数・無理数と循環小数

応用問題　　次の分数を循環小数で表しなさい。

(1) $\dfrac{2}{15}$

(2) $\dfrac{8}{55}$

(3) $\dfrac{121}{111}$

(4) $\dfrac{65}{74}$

応用問題　　次の循環小数を分数で表しなさい。

(5) $0.\dot{5}$

(6) $0.\dot{9}\dot{3}$

(7) $2.\dot{1}4\dot{8}$

第2章　平方根　　4．平方根の乗除と変形（1）

平方根の積と商

POINT
a,b を正の整数とするとき

$$\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}=\sqrt{ab}$$

$$\sqrt{a}\div\sqrt{b}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$$

基本問題　　次の計算をしなさい。

（1）$\sqrt{2}\times\sqrt{3}$　　（2）$\sqrt{3}\times\sqrt{27}$　　（3）$\sqrt{24}\div\sqrt{6}$　　（4）$\dfrac{\sqrt{35}}{\sqrt{7}}$

平方根の変形　2乗の因数が見つけにくい　⇒　素因数分解

POINT

$$\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$$

$$\sqrt{a^2b}=\sqrt{a^2\times b}=\sqrt{a^2}\times\sqrt{b}=a\times\sqrt{b}=a\sqrt{b}$$

基本問題　　次の数を $a\sqrt{b}$ の形にしなさい。

（1）$\sqrt{12}$　　（2）$\sqrt{63}$　　（3）$\sqrt{150}$　　（4）$\sqrt{\dfrac{3}{16}}$

基本問題

次の数を $\sqrt{a}$ の形にしなさい。

（1）$3\sqrt{2}$　　（2）$2\sqrt{7}$　　（3）$5\sqrt{3}$　　（4）$6\sqrt{5}$

第2章　平方根　　4．平方根の乗除と変形（1）

応用問題

次の計算をしなさい。

(1) $\sqrt{5}\times(-\sqrt{20})$

(2) $(-\sqrt{18})\times(-\sqrt{2})$

(3) $\sqrt{96}\div\sqrt{6}$

(4) $\dfrac{\sqrt{168}}{\sqrt{8}}$

応用問題

次の数を $a\sqrt{b}$ の形にしなさい。

(5) $\sqrt{216}$

(6) $\sqrt{0.0003}$

(7) $\sqrt{0.28}$

(8) $\sqrt{\dfrac{7}{121}}$

第2章　平方根　　5．平方根の乗除と変形（2）

分母の有理化

POINT 分母に $\sqrt{}$ を含む数は、分母・分子に同じ $\sqrt{}$ をかけて分母に $\sqrt{}$ を含まない形に変える。

a 、b を正の数のとき　$\dfrac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = \dfrac{\sqrt{b}\times\sqrt{a}}{\sqrt{a}\times\sqrt{a}} = \dfrac{\sqrt{b\times a}}{\sqrt{a\times a}} = \dfrac{\sqrt{ab}}{a}$

確認問題　　次の数を分母に根号がない形にしなさい。

(1) $\dfrac{5}{\sqrt{6}}$

(2) $\dfrac{\sqrt{6}}{2\sqrt{7}}$

平方根の乗法の確認

$\sqrt{a}$ を $\sqrt{b\times c}$ の形に分解して計算する。

$\sqrt{5}\times\sqrt{35} = \sqrt{5}\times\sqrt{5\times7} = \sqrt{5}\times\sqrt{5}\times\sqrt{7} = 5\times\sqrt{7} = 5\sqrt{7}$

$\sqrt{a^2b}$ を $a\sqrt{b}$ の形に変形して計算する。

$\sqrt{12}\times\sqrt{45} = \sqrt{2^2\times3}\times\sqrt{3^2\times5} = 2\sqrt{3}\times3\sqrt{5} = 6\sqrt{15}$

確認問題　　次の計算をしなさい。

(1) $\sqrt{30}\times\sqrt{42}$

(2) $\sqrt{12}\times\sqrt{98}$

基本問題　　次の数の分母を有理化しなさい。

(1) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$

(2) $\dfrac{\sqrt{6}}{5\sqrt{2}}$

(3) $\dfrac{6}{\sqrt{18}}$

(4) $\sqrt{\dfrac{2}{3}}$

第2章　平方根　　5．平方根の乗除と変形（2）

基本問題　　次の計算をしなさい。

(1) $\sqrt{18}\times\sqrt{24}$

(2) $(-\sqrt{30})\times\sqrt{\frac{2}{5}}$

(3) $\sqrt{10}\times\sqrt{5}\times(-\sqrt{3})$

(4) $\sqrt{14}\times\sqrt{7}\div(-\sqrt{2})$

応用問題　　次の計算をしなさい。

(1) $\sqrt{8}\times\sqrt{6}\div\sqrt{12}$

(2) $3\sqrt{6}\div4\sqrt{5}\times\sqrt{20}$

(3) $\sqrt{54}\div(-\sqrt{3})\div\sqrt{2}$

(4) $(-\sqrt{6})^2\div\sqrt{3}\times\sqrt{5}$

(5) $\sqrt{\frac{7}{8}}\div\sqrt{\frac{21}{4}}\times\sqrt{3}$

(6) $\sqrt{\frac{6}{5}}\times\sqrt{10}\times\sqrt{8}$

第2章　平方根　　6．平方根の加減・四則計算

平方根の加法・減法

根号内の数値が同じであれば加減できる。

$a\sqrt{c}+b\sqrt{c}=(a+b)\sqrt{c}$　　文字式の同類項は加減できるのと同じ

① $2\sqrt{2}-3\sqrt{2}+7\sqrt{2}=(2-3+7)\sqrt{2}=6\sqrt{2}$

② $3\sqrt{3}+2\sqrt{6}+4\sqrt{3}-\sqrt{6}$

$=(3+4)\sqrt{3}+(2-1)\sqrt{6}$

$=7\sqrt{3}+\sqrt{6}$

基本問題（加減）　次の計算をしなさい。

(1) $2\sqrt{5}-4\sqrt{2}+\sqrt{5}-2\sqrt{2}$

(2) $\sqrt{6}+3\sqrt{7}-2\sqrt{7}-4\sqrt{6}$

(3) $3\sqrt{2}-5-\sqrt{2}+8$

分母を有理化　してから計算

(4) $\sqrt{10}+\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$

(5) $\sqrt{\dfrac{4}{5}}-\sqrt{\dfrac{5}{4}}$

第2章　平方根　　6. 平方根の加減・四則計算

基本問題（四則）　　次の計算をしなさい。

乗除→加減

(1) $\sqrt{48} - \sqrt{6} \times \sqrt{2}$

(2) $2\sqrt{10} \div \sqrt{5} - 3\sqrt{8}$

(3) $\dfrac{20}{\sqrt{5}} + \sqrt{15} \times \sqrt{3}$

(4) $(\sqrt{27} + \sqrt{90}) \div \sqrt{3}$

(5) $\sqrt{63} \times 2\sqrt{28} + 3\sqrt{48} \div \sqrt{108}$

(6) $\dfrac{2\sqrt{3} + 2}{3} - \dfrac{3\sqrt{3} + 1}{4}$

応用問題　　次の計算をしなさい。

(1) $\sqrt{75} + 3\sqrt{18} - 2\sqrt{27} - \sqrt{98}$

(2) $\sqrt{48} - 2\sqrt{2}(\sqrt{6} - \sqrt{3})$

(3) $\sqrt{140} \div \sqrt{7} + \sqrt{2}(\sqrt{12} - \sqrt{10})$

(4) $\sqrt{12}(3\sqrt{3} - \sqrt{6}) - \sqrt{48} \div \sqrt{3} + \dfrac{8}{\sqrt{2}}$

(5) $\dfrac{5}{\sqrt{5}}\left(\sqrt{\dfrac{8}{5}} + \sqrt{15}\right) - \dfrac{2}{\sqrt{3}}(\sqrt{24} - 2)$

第2章　平方根　　7. 乗法公式の利用

乗法公式の利用

POINT A. $\sqrt{}$ を含む式の計算も乗法公式を利用して計算できる。
B. 分母に $\sqrt{}$ の和や差を含む数も乗法公式で有理化できる。

① $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$
② $(x\pm a)^2=x^2\pm 2ax+a^2$
③ $(x+a)(x-a)=x^2-a^2$

例題

(1) $(\sqrt{5}+3)(\sqrt{5}+4)$

① $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

(2) $(\sqrt{2}-\sqrt{5})^2$

② $(x\pm a)^2=x^2\pm 2ax+a^2$

(3) $(\sqrt{7}+\sqrt{2})(\sqrt{7}-\sqrt{2})$

③ $(x+a)(x-a)=x^2-a^2$

(4) $\dfrac{3}{\sqrt{5}+2}$

第2章　平方根　　7. 乗法公式の利用

基本問題　　次の計算をしなさい。

(1) $(\sqrt{2}-\sqrt{5})^2$

(2) $(2\sqrt{5}-3)(2\sqrt{5}-9)$

(3) $(\sqrt{3}-5)(5+\sqrt{3})$

(4) $(\sqrt{12}+\sqrt{8})^2$

(5) $\dfrac{2}{4-\sqrt{6}}$

(6) $\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$

応用問題　　次の計算をしなさい。

(1) $(\sqrt{24}+\sqrt{3})(2\sqrt{6}-\sqrt{3})$

(2) $(\sqrt{2}+4)(\sqrt{2}-7)+\sqrt{18}$

(3) $(\sqrt{6}+\sqrt{5})^2-(\sqrt{6}-\sqrt{5})^2$

(4) $\dfrac{\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}-\dfrac{2}{\sqrt{3}-2}$

(5) $(\sqrt{2}-5)^2+\dfrac{12}{\sqrt{8}}$

(6) $(\sqrt{3}+\sqrt{10}+3)(3-\sqrt{10}+\sqrt{3})$

第2章　平方根　　8. 近似値（およその値）

平方根の近似値の考え方

POINT

例) $\sqrt{3}$ の近似値（およその値）

$1^2=1, 2^2=4$ より　$1<\sqrt{3}<2$

$1.7^2=2.89, 1.8^2=3.24$ より　$1.7<\sqrt{3}<1.8$

$1.73^2=2.9929, 1.74^2=3.0276$ より　$1.73<\sqrt{3}<1.74$

$1.731^2, 1.732^2, 1.733^2$・・・と求めて 3 と

の大小を比べていくと $\sqrt{3}$ の値に近づく。

覚えると便利

$\sqrt{2}$ 1.41421356

一夜一夜に人見頃

$\sqrt{3}$ 1.7320508

人並みにおごれや

$\sqrt{5}$ 2.2360679

富士山麓オーム鳴く

$\sqrt{6}$ .....2.44949（四捨五入）

煮よよくよく

$\sqrt{7}$ 2.64575

（菜）に虫いない

例題

$\sqrt{3}=1.732$、$\sqrt{30}=5.477$ とするとき、次の値を求めよ。

(1) $\sqrt{300}$　　(2) $\sqrt{0.3}$

根号内の小数点の位置が二桁ズレると
近似値の小数点の位置は一桁ズレる。

第2章　平方根　　8. 近似値（およその値）

基本問題

$\sqrt{2}=1.414$, $\sqrt{20}=4.472$ として次の値を求めよ。

(1) $\sqrt{200}$　　(2) $\sqrt{0.2}$　　(3) $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

応用問題

$\sqrt{3.2}=1.789$, $\sqrt{32}=5.657$ として次の値を求めよ。

(1) $\sqrt{320000}$　　(2) $\sqrt{0.00032}$　　(3) $\sqrt{720}$

$\sqrt{4.5}=2.121$, $\sqrt{45}=6.708$ として次の値を求めよ。

(4) $\sqrt{180}$　　(5) $\sqrt{288}$

第2章　平方根　　9．平方根の利用

式の値

POINT

式の値を求めるときは、乗法公式や因数分解を利用して
式を簡単な形に整理してから代入・計算する。

例）$a=\sqrt{5}+3$、$b=\sqrt{5}-3$ のとき　a^2-b^2 の値を求めなさい。

因数分解　$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$　を利用

$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$　　$a+b=2\sqrt{5}$、$a-b=6$ であるので

$=2\sqrt{5}\times6=12\sqrt{5}$

基本問題　次の式の値を求めなさい。

(1) $x=1-\sqrt{2}$ のとき、x^2-2x+1 の値。

(2) $x=\sqrt{7}$ のとき、$(x+3)^2+(x-3)^2$ の値。

(3) $x=\sqrt{6}-3$ のとき、$x^2-2x-15$ の値。

根号のついた数の整数化

POINT

$\sqrt{A}$ の A を素因数分解して、各素因数が偶数個あれば、
A は（自然数）^{2} になるので $\sqrt{A}$ は整数化できる。

例）$\sqrt{54n}$ が整数となる自然数 n で、最小の数を求めよ。

$\sqrt{54n}=\sqrt{3^3\times2\times n}$　したがって $n=3\times2=6$

$\sqrt{54\times6}=\sqrt{3^3\times2\times3\times2}=\sqrt{3^4\times2^2}=18$

第2章　平方根　　9．平方根の利用

基本問題

次の数が整数となる最小の自然数 n を求めよ。

(1) $\sqrt{80n}$　　(2) $\sqrt{42-3n}$　　(3) $\sqrt{\dfrac{450}{n}}$

応用問題

次の式の値を求めよ。

(1) $x+y=\sqrt{2}+\sqrt{6}$、$xy=2\sqrt{3}$ のとき、x^2+y^2

(2) $a=2+\sqrt{3}$、$b=2-\sqrt{3}$ のとき、a^2+b^2+ab

(3) $x+y=3\sqrt{7}+2$、$x-y=4-\sqrt{7}$ のとき、xy

次の問いに答えよ。

(4) $\sqrt{5n}$ が奇数になるときの自然数 n を求めよ。ただし n は2桁とする。

(5) $\sqrt{18(17-3n)}$ が整数となる自然数 n をすべて求めよ。

(6) $\sqrt{\dfrac{20n}{3}}$ が整数になるとき、整数 n を2つ求めよ。

第3章　2次方程式　　1．平方根による解き方①

2次方程式と解

移項して整理すると（2次式）＝0　となる方程式
方程式を成り立たせる文字の値を解といい、解すべてを求めることを方程式を解くという。

$ax^2=b$ の解き方

$$ax^2=b \Rightarrow x^2=\frac{b}{a} \Rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{b}{a}}$$

例）$x^2-7=0 \Rightarrow x^2=7 \Rightarrow x=\pm\sqrt{7}$

2次方程式と解

$(x+a)^2=b$ の解き方

$$(x+a)^2=b \Rightarrow x+a=\pm\sqrt{b} \Rightarrow x=-a\pm\sqrt{b}$$

例） $(x-3)^2=16 \Rightarrow x-3=\pm4 \Rightarrow x=3+4=7$

$x=3-4=-1$

$x=7,-1$

$(x+5)^2-27=0 \Rightarrow (x+5)^2=27 \Rightarrow x+5=\pm3\sqrt{3}$

$x=-5\pm3\sqrt{3}$

基本問題　次の方程式を解きなさい。

(1) $-2x^2=-10$

(2) $x^2-3=1$

(3) $4x^2-3=0$

第3章　2次方程式　　1．平方根による解き方①

基本問題　次の方程式を解きなさい。

(4) $(x-5)^2=4$

(5) $5(x-10)^2=20$

(6) $8(x-7)^2-96=0$

(7) $36(x-3)^2=7$

応用問題　次の方程式を解きなさい。

(1) $16x^2-3=0$

(2) $6x^2+7=28$

(3) $23x^2-30=-22x^2$

(4) $45(x-4)^2-20=0$

(5) $3\left(\frac{x}{2}+3\right)^2=12$

(6) $4(x-3)^2-72=0$

(7) $9\left(x-\frac{1}{3}\right)^2=4$

第3章　2次方程式　　2．平方根による解き方②

平方完成

$(x+▲)^2=k$ に変形する解き方（平方完成）

$x^2+px+q=0$ の二次式は q を右辺に移項、

両辺に $\left(\frac{p}{2}\right)^2$ を加えて $(x+▲)^2=k$ の形にする。

例）$x^2+8x-5=0$

$x^2+8x-5=0 \Rightarrow x^2+8x=5 \Rightarrow x^2+8x+16=5+16$

$$\boxed{x^2+2ax+a^2 \Leftrightarrow (x+a)^2}$$

$(x+4)^2=21 \Rightarrow x+4=\pm\sqrt{21} \Rightarrow x=-4\pm\sqrt{21}$

基本問題　次の方程式を解きなさい。

$x^2+6x+\square=(x+\square)^2$

$x^2-7x+\square=(x-\square)^2$

(1) $x^2+8x-3=0$

(2) $x^2-4x+2=0$

基本問題　次の方程式を解きなさい。

(3) $x^2+2x-1=0$

(4) $x^2+3x=5$

第3章　2次方程式　　2．平方根による解き方②

基本問題　　次の方程式を解きなさい。

(5) $x^2-2x-48=0$

(6) $x^2+x-3=0$

応用問題

(1) $x^2-5x-2=0$

(2) $x^2-11x+19=0$

(3) $x^2+13x-23=0$

(4) $9x^2+x-7=x+9$

(5) $\frac{x^2}{6}+\frac{2}{3}x-2=0$

(6) $2x^2-10=x(x-3)$

第3章　2次方程式　　3．解の公式による解き方

解の公式　　必ず覚えよう

２次方程式は公式で解を求めることができる。

２次方程式　$ax^2+bx+c=0$　の解

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$ （解の公式）

公式を覚えて使いこなそう

例）$x^2+3x-1=0$

公式に $a=1, b=3, c=-1$ を代入

$$x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times1\times(-1)}}{2\times1}$$

$$=\frac{-3\pm\sqrt{9+4}}{2}=\frac{-3\pm\sqrt{13}}{2}$$

例）$2x^2-3x-9=0$

公式に $a=2, b=-3, c=-9$ を代入

$$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times2\times(-9)}}{2\times2}$$

$$=\frac{3\pm\sqrt{9+72}}{4}=\frac{3\pm9}{4}$$

$$x=3, -\frac{3}{2}$$

基本問題　　次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2+3x-6=0$

(2) $2x^2-5x+2=0$

(3) $x^2-2x-5=0$

第3章　2次方程式　　3. 解の公式による解き方

基本問題　次の方程式を解きなさい。

(4) $5x^2+4x-2=0$

(5) $2x^2+3x+1=0$

(6) $6x^2-5x+1=0$

応用問題　次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2+6x-1=0$

(2) $3x^2-2x-2=0$

(3) $2x^2+4x-3=0$

(4) $7x^2-3=x^2+x+1$

(5) $5x-6=-2x^2+3x+7$

(6) $(2x-3)(x-2)=x+2$

第3章　2次方程式　　4. 因数分解による解き方

因数分解による解き方①

$A \times B=0$ ならば $A=0$ または $B=0$ を利用

$x^2-4x=0 \quad \Rightarrow x(x-4)=0 \quad x=0,4$

$x^2-6x+9=0 \quad \Rightarrow (x-3)^2=0 \quad x=3$　重解

$x^2-7x+12=0 \Rightarrow (x-4)(x-3)=0 \quad x=4,3$

$x^2-36=0 \quad \Rightarrow (x+6)(x-6)=0 \quad x=\pm 6$

基本問題　次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2+x=0$

(2) $x^2-4x+4=0$

(3) $x^2-3x-40=0$

(4) $x^2+4x-60=0$

因数分解による解き方②

$(x+2)(x-3)=6$　左辺を展開

$x^2-x-6=6$　$ax^2+bx+c=0$

$x^2-x-12=0$　左辺を因数分解

$(x-4)(x+3)=0$

$x=4,-3$

$3x^2+12x+36=24$　$ax^2+bx+c=0$

$3x^2+12x+12=0$　x^2 の項の係数 3 で両辺を割る

$x^2+4x+4=0$　左辺を因数分解

$(x+2)^2=0$

$x=-2$

第3章　2次方程式　　4. 因数分解による解き方

基本問題　次の方程式を解きなさい。

(5) $(x+5)(x-3)=9$

(6) $(x+3)^2=x+5$

(7) $2x^2+8x+6=0$

(8) $\frac{1}{6}x^2-\frac{1}{3}x-\frac{1}{2}=0$

応用問題　次の方程式を解きなさい。

(1) $x+40=(x-2)^2$

(2) $2(x+1)(x+4)=x+2$

(3) $\frac{1}{15}x^2+\frac{3}{5}x=-1$

(4) $-2x-3+3x^2=2x^2-1-x$

(5) $(x-9)^2+3(9-x)=3(x-9)-8$

(6) $a(a+3)=2(a-1)^2$

第3章　2次方程式　　5．文字の値、数に関する問題

例題

$x^2+ax+10=0$ の解のひとつが2であるとき、a の値と他の解を求めよ。

解を代入して、a の値を求める
⇩
a の値が分かれば与式に代入、ふたたび解を求める。

$x=2$ を代入　$4+2a+10=0$　$a=-7$

$a=-7$ を代入　$x^2-7x+10=0$

$(x-2)(x-5)=0$

$x=2,5$　　他の解　$x=5$

例題

連続する3つの自然数がある。最も小さい数の平方は、残りの2つの数の和に等しい。3つの自然数を求めよ。

最も小さい自然数を x とする ⇒ 他の2数　$x+1$，$x+2$

$x^2=(x+1)+(x+2)$

$x^2-2x-3=0$

$(x+1)(x-3)=0$

$x=-1,3$

問題条件（自然数）より $x=3$

答：　3つの自然数は 3,4,5

基本問題

2次方程式 $x^2+ax+b=0$ の解が 4 と -5 であるとき a，b の値を求めよ。

第3章　2次方程式　　5. 文字の値、数に関する問題

応用問題

①２次方程式 $x^2+ax+b=0$ の２つの解に、それぞれ2を加えたものが $x^2-7x+12=0$ の解となるとき a, b の値を求めよ。

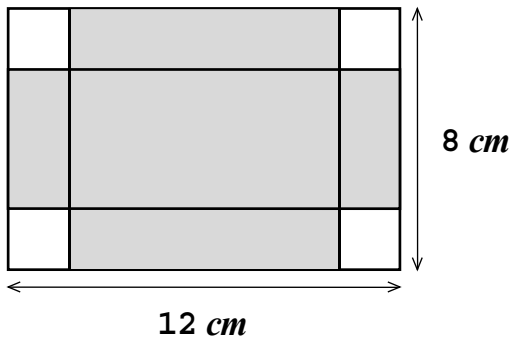
②積が１４３となる連続した正の奇数を求めよ。

Memo

第3章　2次方程式　　6. 図形に関する問題

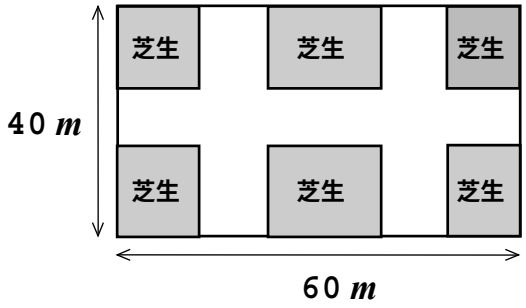
基本問題

縦８cm、横が12 cm の長方形の紙がある。四隅から正方形を切り取り箱を作ったところ、箱の表面の5つの面の面積の和は64cm^{2}になった。切り取った正方形の1辺の長さを求めよ。



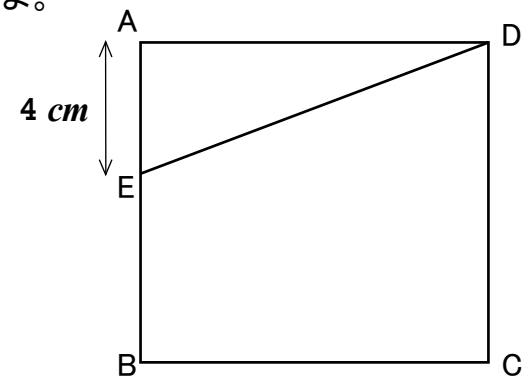
基本問題

長方形の土地があり図のように縦に2本、横に1本の同じ幅の道をつくり、残りの部分を芝生にしたところ、芝生と道の面積が同じになった。このとき道幅は何mか。



応用問題

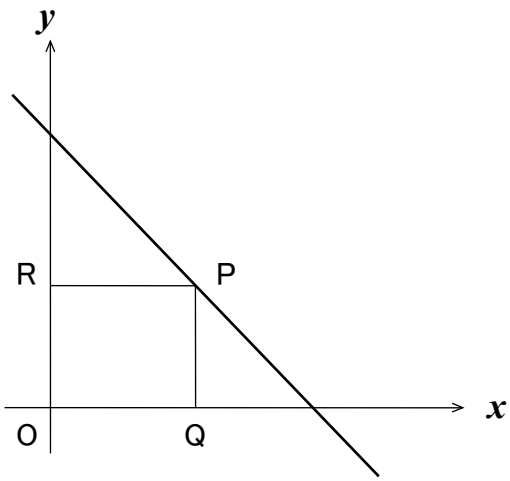
正方形ABCDの辺AB上に点EをAE＝4cmとなるようにとると、四角形BCDEの面積は63cm^2となった。正方形ABCDの１辺の長さを求めよ。



第3章　2次方程式　　7．グラフに関する問題

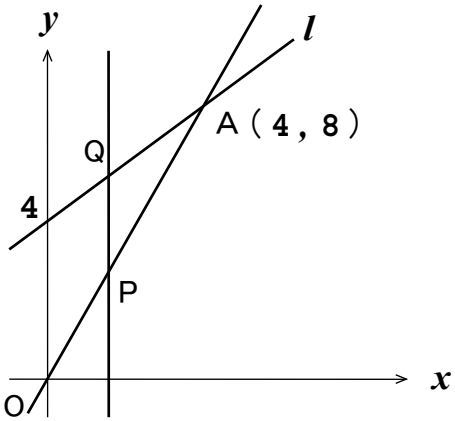
基本問題

直線 $y=-x+10$ 上の $x>0$, $y>0$ の部分に点Pをとる。
Pから x 軸、y 軸に垂線PQ，PRをそれぞれ引いて長方形PQORをつくる。長方形PQORの面積が20になるとき、点Pの座標を求めよ。



応用問題

直線 l の式は $y=x+4$ であり、直線 l 上に点A（4，8）をとりAと原点Oを通る直線をひく。線分OA上に点Pをとり、点Pを通り y 軸に平行な直線と直線 l との交点をQとする。
△AQPの面積が3になるとき、点Pの座標を求めよ。



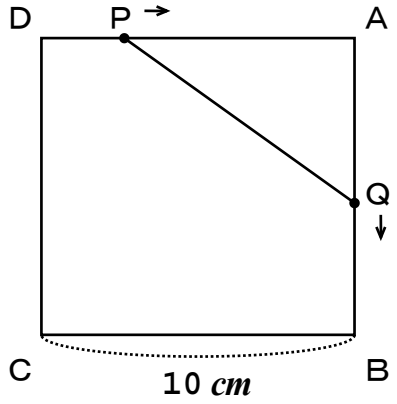
第3章　2次方程式　　8．動点に関する問題

基本問題

図のような１辺１０cmの正方形ABCDにおいて、動点Pと動点Qはそれぞれ点D，Aを同時に出発、Pは辺DA上を毎秒１cmの速さで点Aまで、Qは辺AB，BC上を毎秒２cmの速さで点Cまで進むものとする。

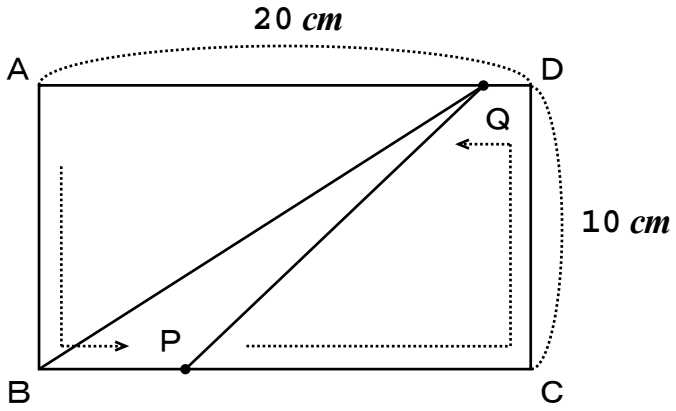
（１）動点Pが点Dを出発してからx秒後の線分AQ，APのそれぞれの長さをxを使って表しなさい。

（２）動点Qが辺AB上にあって△APQの面積が１６ cm^2 になるのは動点Pが点Dを出発してから何秒後か。



応用問題

長方形ＡＢＣＤで、動点Ｐは、Aを出発して辺AB，BC上を毎秒１cmで点Cまで動く。動点Ｑは動点ＰがAを出発すると同時にBを出発、辺BC，CD，DA，ABと毎秒２cmの速さでBまで一周するものとするとき、動点Ｑが辺AB上にあって△PBQの面積が５１ cm^2 なるのは動点PがAを出発してから何秒後か。



Memo

第4章 関数 $y=ax^2$ 1．2乗に比例する関数

2乗に比例する関数

2乗に比例する関数
関数で、$y=ax^2$ で表せるとき y は x^2 に比例するという。
a のことを比例定数という。
関数 $y=ax^2$ では x の値が2倍、3倍・・・なれば
y の値は2^2倍、3^2倍・・・になる。

例）次の中から y が x の2乗に比例するものを選べ。

①半径 x cmの円の面積 y cm^2　　$y=\pi x^2$

②1辺 x cmの立方体の体積 y cm^3　　$y=x^3$

③縦 x cm、横 $2x$ cmの長方形の面積 y cm^2　　$y=2x^2$

基本問題

関数 $y=ax^2$ の決定
$y=ax^2$ に x, y の値を代入。比例定数 a を求める。

y は x の2乗に比例して x が3のとき、y は18である。

① y を x の式で表せ。

② $x=-5$ のとき y の値を求めよ。

応用問題

1．ある斜面でボールを転がした。転がり始めてから x 秒間にボールが転がる距離を y mとすると、x と y のあいだに $y=3x^2$ という関係があることが判った。

①ボールは転がり始めてから5秒で何m転がるか。

②ボールが300m転がるのは何秒後か。

2．関数 $y=ax^2$ で x, y が次の関係になるとき a の値を求めよ。

x	0	1	2	3	4
y	0	-0.5	-2	-4.5	-8

第4章　関数 $y = ax^2$　2. $y = ax^2$のグラフ

$y = ax^2$のグラフ

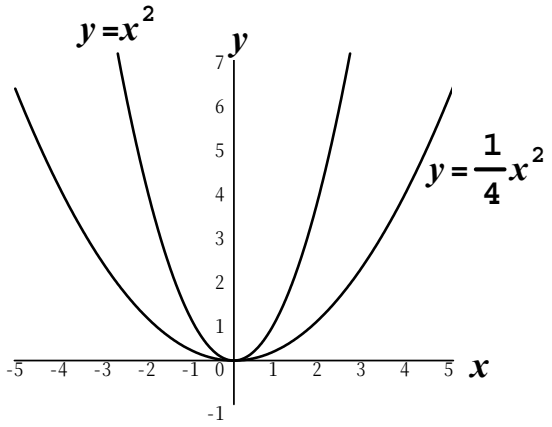
$y=ax^2$のグラフ　　y軸について対称

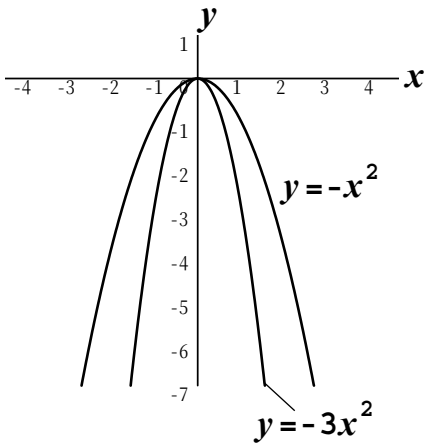
$y=ax^2$ のグラフは放物線で軸はy 軸、頂点は原点

$a>0$ のとき、グラフはx 軸の上側にあり、上に開く。

$a<0$ のとき、グラフはx 軸の下側にあり、下に開く。

a の値の絶対値が大きいほど開き方は小さい。





$y=ax^2$のグラフからa を求める。

$y=ax^2$のグラフからa を求める。

$y=ax^2$ のグラフからx, y ともに整数となる座標点を探す。

$\Rightarrow y=ax^2$ のx, y に代入。a を求める。

例）

関数$y=ax^2$ のグラフが点（-2,-12）を通るとき、

a の値を求めよ。

$y=ax^2$の x に -2 ,yに-12 を代入

$-12=(-2)^2\times a \Rightarrow a=-3$

第4章　関数 $y=ax^2$　2. $y=ax^2$のグラフ

基本問題

次の（ア）～（エ）の関数について問いに答えよ。

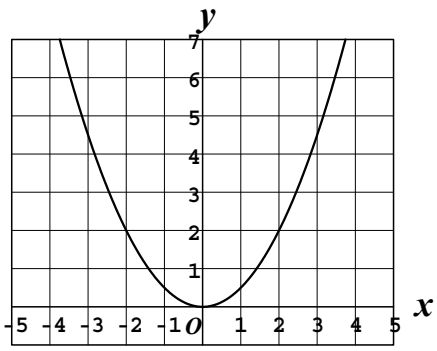
（ア）$y=x^2$　（イ）$y=-2x^2$　（ウ）$y=\frac{1}{2}x$　（エ）$y=-\frac{1}{3}x^2$

①グラフが下に開いた放物線になるのはどれか。
②グラフの開き方が小さい順に記号で答えよ。
③（ウ）の関数と x 軸について対称な関数の式を求めよ。

基本問題

①関数 $y=ax^2$ のグラフが点（-3，6）を通るとき、a の値を求めよ。

②図は $y=ax^2$ のグラフである。a の値を求めよ。



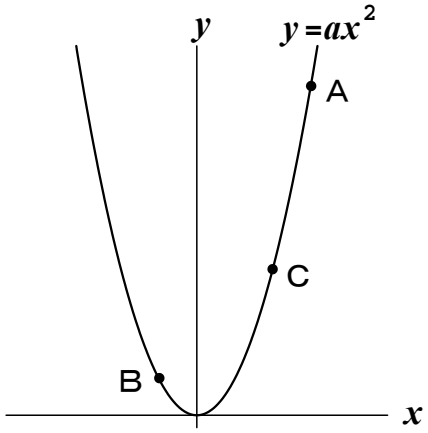
応用問題

図は関数 $y=ax^2$ のグラフであり、3点A，B，Cがグラフ上にある。A（3，27）でBの y 座標は3、Cの x 座標は2である。

①a の値を求めよ。

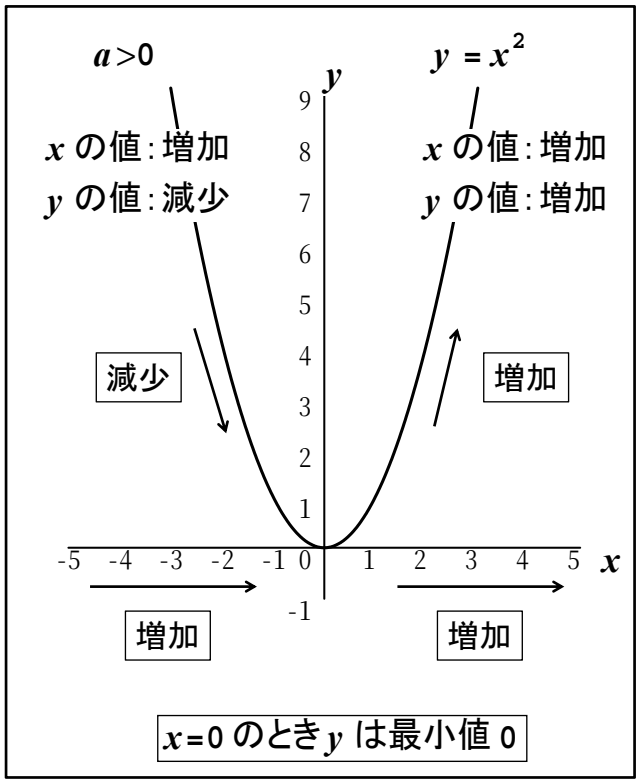
②B，Cの座標を求めよ。

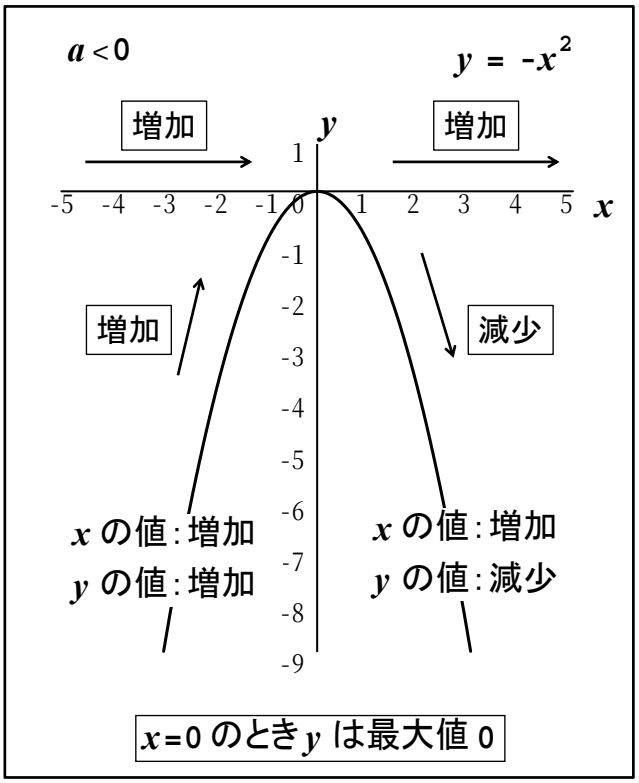
③Cを通り x 軸に平行な直線と $y=ax^2$ のグラフとの交点をC とDとした時、Dの座標を求めよ。



第4章　関数 $y=ax^2$　3. $y=ax^2$の値の変化と変域

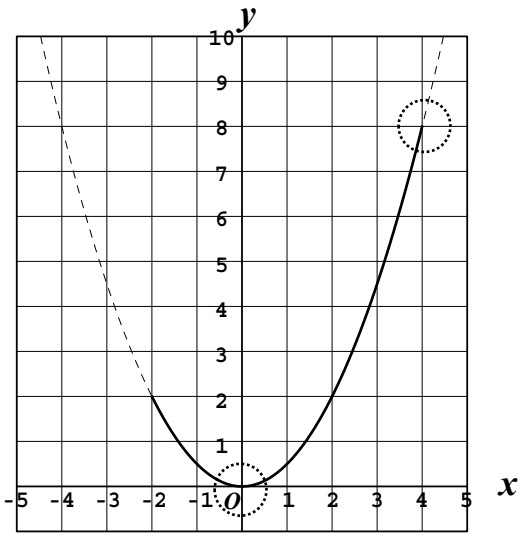
$y=ax^2$の値の増減





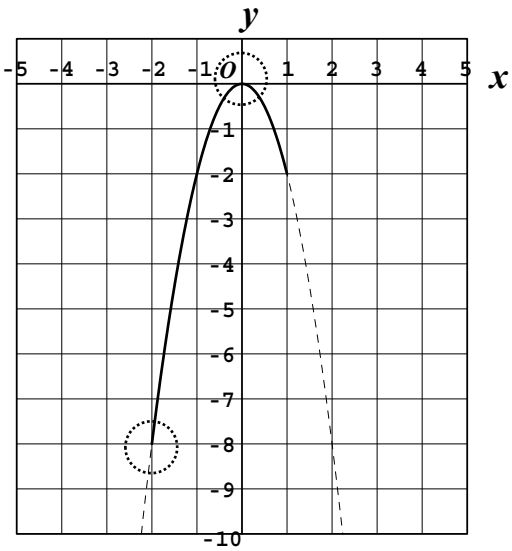
$y=ax^2$の変域

$a>0$　$x=0$ のとき y は最小値 0



$y=\frac{1}{2}x^2$　$(-2 \leqq x \leqq 4)$　$(0 \leqq y \leqq 8)$

$a<0$　$x=0$ のとき y は最大値 0



$y=-2x^2$　$(-2 \leqq x \leqq 1)$　$(-8 \leqq y \leqq 0)$

第4章　関数 $y=ax^2$　3. $y=ax^2$の値の変化と変域

基本問題

1. 関数$y=2x^2$についてxの変域が次のとき、yの変域を求めよ。

①　$-3 \leqq x \leqq 2$

②　$-4 \leqq x \leqq 5$

③　$-5 \leqq x \leqq 0$

2. 次の関数でxの変域が、$-3 \leqq x \leqq 2$であるとき、yの変域を求めよ。

①　$y=-x^2$

②　$y=2x^2$

応用問題

①　関数$y=ax^2$について、xの変域が$-2 \leqq x \leqq 3$のとき、yの変域は$-12 \leqq y \leqq 0$となる。aの値を求めよ。

②　関数$y=ax^2$について、xの変域が$-2 \leqq x \leqq 1$のとき、yの変域は$b \leqq y \leqq 12$となる。aとbの値を求めよ。

③　ふたつの関数$y=ax^2$と$y=-2x-8$について、xの変域が$-4 \leqq x \leqq 2$のとき、yの変域は同じである 。aの値を求めよ。

第4章　関数 $y=ax^2$　4. 変化の割合

$y=ax^2$の変化の割合

$y=ax^2$の変化の割合

関数 $y=ax^2$ で x の値が p から q まで増加したとき

$$変化の割合=\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$$

$$\frac{aq^2-ap^2}{q-p}=\frac{a(q+p)(q-p)}{q-p}=a(q+p)$$

①変化の割合は一定ではない
②変化の割合は2点を結ぶ直線の傾きと同じ

例）
関数 $y=x^2$ について x の値が 2 から 4 まで増加するときの変化の割合を求めよ。

x	$2 \xrightarrow{+2} 4$
y	$4 \xrightarrow{+12} 16$

$$変化の割合=\frac{12}{2}=6$$

基本問題

1. 関数 $y=-2x^2$ について x の値が次のように増加するときの変化の割合を求めよ。
① 2 から 5 まで　　② -4 から -2 まで　　③ 0 から 4 まで

2. 関数 $y=ax^2$ について次の場合の a の値を求めよ。
① x が 2 から 4 まで増加するとき、変化の割合が 12

② x が -3 から -1 まで増加するとき、変化の割合が -8

第4章　関数 $y=ax^2$　4. 変化の割合

応用問題

① 関数 $y=x^2$ で、x の値が a から $a+2$ まで増加するときの変化の割合は 8 となる。a の値を求めよ。

② x の値が 1 から 4 まで増加するとき、2つの関数 $y=ax^2$ と $y=3x-5$ の変化の割合は等しい。a の値を求めよ。

③ 関数 $y=-x^2$ のグラフ上にあり、x 座標が 1 と 2 である2点を通る直線の傾きを求めよ。

Memo

第4章　関数 $y=ax^2$　5. $y=ax^2$の利用①平均の速さ等

例題

ボールを自然に落すとき、落ち始めてからx秒間に落ちる距離 をy mとするとxとyは$y=5x^2$の関係となる。

①落ち始めて3秒間に落ちる距離を求めよ。

②落ち始めて1秒から3秒後までの平均の速さを求めよ。

③180mの高さからボールを落とすと、地面に着くまでおよそ何秒かかるか求めよ。

① $y=5x^2$のxに3を代入

$y=5\times3^2=45$　　$45m$

② 平均の速さ＝変化の割合

$\frac{45-5}{3-1}=20$　　$20m$/秒

③ $y=5x^2$のyに180を代入

$180=5x^2$より$x=\pm6$　およそ6秒

基本問題

車がブレーキをかけて、止まるまでに進む距離を制動距離といい、制動距離は、およそ車の速さの２乗に比例する。時速６０Kmで走っているときの制動距離を２７mとして問いに答えよ。

①時速x Kmのときの制動距離をy mとしてyをxの式で表せ。

②時速４０Kmのときの制動距離を求めよ。

③制動距離が４８mのとき、車の時速を求めよ。

第4章　関数 $y=ax^2$　5. $y=ax^2$の利用①平均の速さ等

応用問題

ある斜面でボールを転がすとき、転がり始めてからx秒間に転がる距離をy mとするとxとyには$y=0.5x^2$という関係がある。

①転がり始めてから3秒間に何m転がるか。

②転がり始めて3秒後から6秒後までの平均の速さを求めよ。

③転がり始めてから12.5m転がるまでの平均の速さを求めよ。

④転がり始めて1秒後から3秒後までの平均の速さと、転がり始めてからa秒間の平均の速さは等しい。aの値を求めよ。

Memo

第4章　関数 $y=ax^2$　6. $y=ax^2$の利用②動点の問題

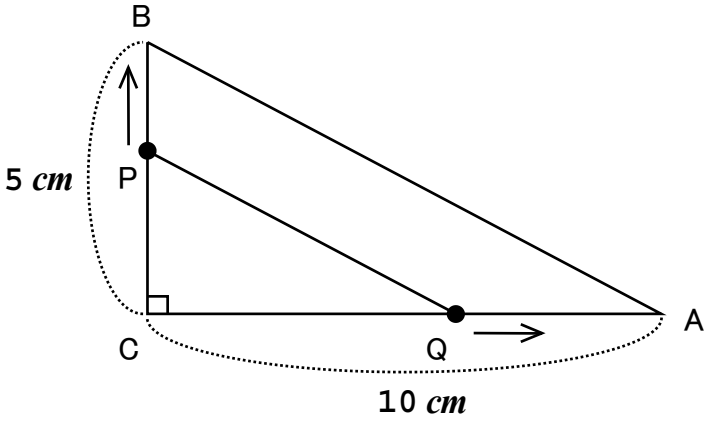
例題

図の直角三角形ABCで、動点PはCを出発して辺BC上をBまで毎秒1cmの速さで動く。動点Qは、Pと同時にCを出発して辺AC上をAまで、Pの2倍の速さで動く。PCの長さがx cmのときの△PCQの面積をy cm^{2}とする。

①yをxの式で表せ。

②$x=3$のときのyの値を求めよ。

③xとyの変域を求めよ。



① $y=2x^2\times\frac{1}{2}=x^2$　　$y=x^2$

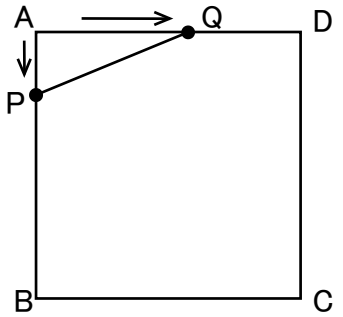
② $y=x^2$に$x=3$を代入　$y=9$

③ $0\leqq x\leqq 5$　$0\leqq y\leqq 25$

基本問題

図のように1辺10cmの正方形ABCDがあり、動点PとQは、頂点Aを同時に出発し、Pは毎秒1cmの速さで辺AB上を点Bまで進み、Qは毎秒2cmの速さで辺AD，DC上を点Cまで進むとき、動点P，QがAを出発してからx秒後の△QAPの面積をy cm^{2}とするとき、次の問いに答えよ。

①動点Qが辺AD上にあるとき、xとyの関係を式で表し、それぞれの変域も表せ。



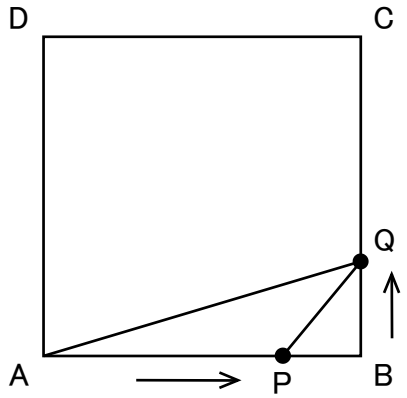
②動点Qが辺DC上にあるとき、xとyの関係を式で表し、それぞれの変域も表せ。

③動点PがAを出発して4秒後、7秒後の△QAPの面積をそれぞれ求めよ。

第4章　関数 $y=ax^2$　6．$y=ax^2$の利用②動点の問題

応用問題

１辺の長さが6cmの正方形ABCDで、動点Pは点Aを出発して毎秒2cmの速さで辺AB、BC上を通ってCまで動く。動点Qは点Bを出発して毎秒1cmの速さで辺BC上をCまで動く。動点P，Qが同時に出発してからx秒後の△APQの面積をy cm^{2}とするとき、次の問いに答えよ。



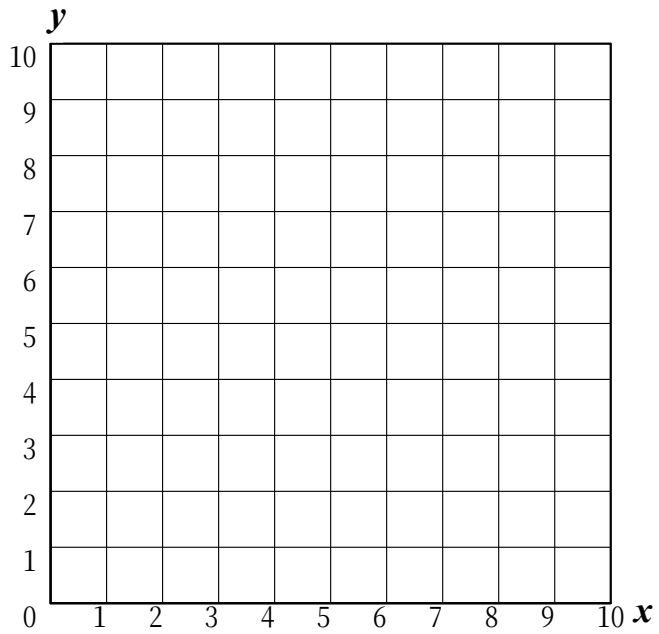
①xの変域が次のときxとyの関係を式で表せ。

（1）　$0 \leqq x \leqq 3$

（2）　$3 \leqq x \leqq 6$

②$y=3$となるxの値を求めよ。

③xとyの関係をグラフに表せ。



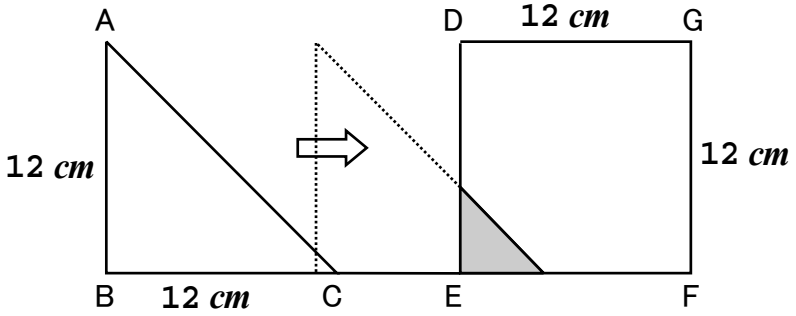
第4章　関数 $y=ax^2$　7．$y=ax^2$の利用③図形の移動

例題

図のように、直角二等辺三角形ABCと正方形DEFGがある。直角二等辺三角形ABCを矢印の方向に毎秒1cmの速さで点Cが点Fに重なるまで動かしていく。点Cが点Eと重なったときからx秒後の直角二等辺三角形と正方形の重なった部分の面積をy cm^{2}とする。（正方形は動かない）

①yをxの式で表せ。

②xとyの変域を求めよ。



① $y=\frac{1}{2}x^2$

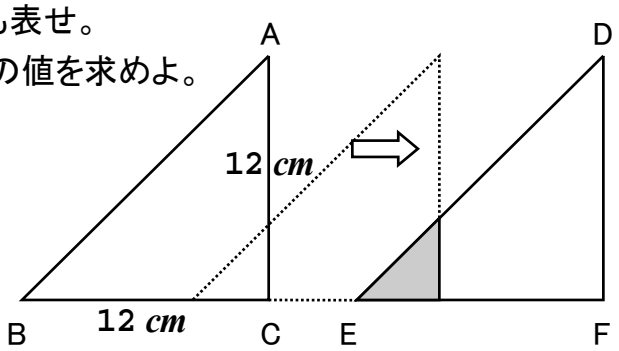
② $(0 \leqq x \leqq 12)$ $(0 \leqq y \leqq 72)$

基本問題

合同な直角二等辺三角形△ABCと△DEFがあり、△ABCを矢印の方向に毎秒2cmの速さで点Cが点Fに重なるまで動かしていく。点CがQと重なったときからx秒後の△ABCと△DEFの重なった部分の面積をy cm^{2}とするとき、次の問いに答えよ。

①xとyの関係を式で表し、それぞれの変域も表せ。

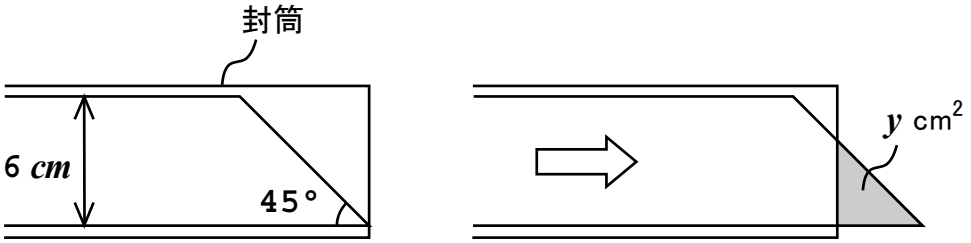
②yと△DEFの面積比が1：4となるときのxの値を求めよ。



第4章　関数 $y=ax^2$　7．$y=ax^2$の利用③図形の移動

応用問題

図のように長方形の封筒に、先端が45°に切られた紙が入っている。この紙を封筒からx cm引き出したとき、引き出した部分の面積をy cm^{2}とするとき、次の問いに答えよ。

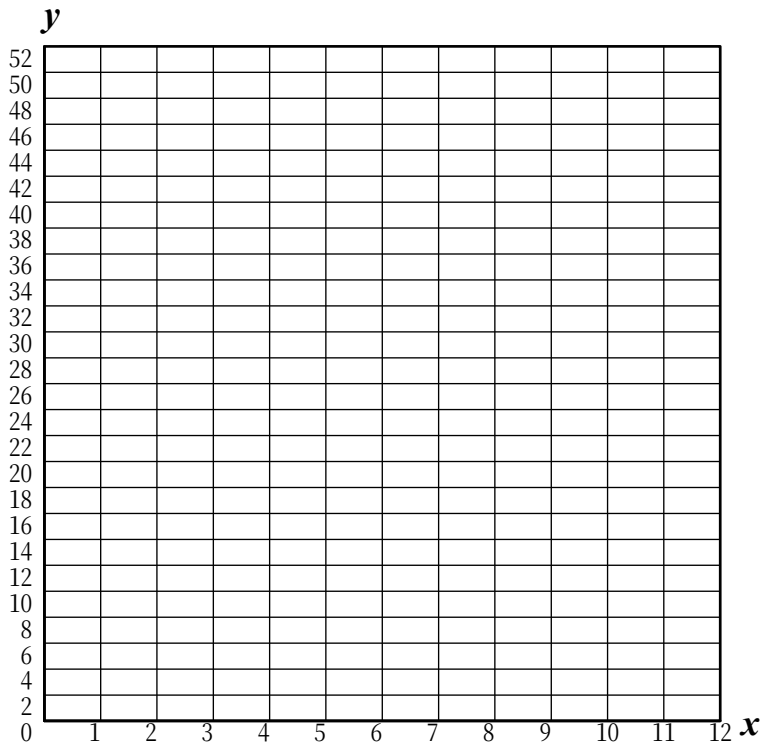


① $0 \leqq x \leqq 6$ のときy をx の式で表せ。

② $6 \leqq x$ のときy をx の式で表せ。

③ 引き出した部分の面積が 42 cm^{2}になるのは紙を何cm引き出したときか。

④ $0 \leqq x \leqq 10$ の範囲でx とy の関係をグラフに表せ。



第4章　関数 $y=ax^2$　8. 放物線と直線①

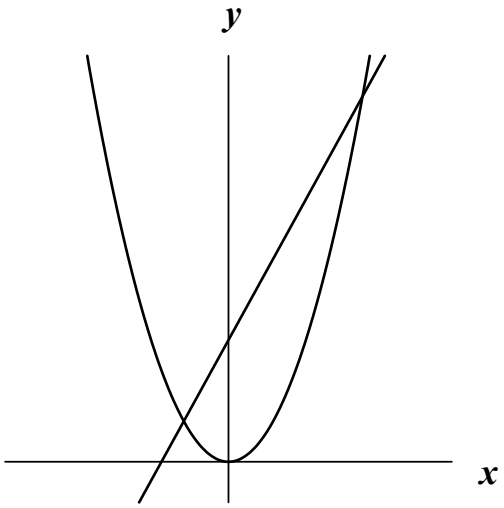
放物線と直線①

放物線と直線①・・・交点座標を求める。座標から式を求める。

$y=ax^2$ と $y=bx+c$（直線）　　2次方程式

$\Rightarrow ax^2=bx+c \Rightarrow ax^2-bx-c=0$

例題）放物線 $y=x^2$ 直線 $y=2x+3$ の交点座標を求めよ。



$x^2=2x+3$

$x^2-2x-3=0$

$(x-3)(x+1)=0$　　$x=3,-1$

代入$\Rightarrow y$ の値を求める。

$(3,9)$ と $(-1,1)$

基本問題Ⅰ

放物線と直線の交点座標を求めよ。

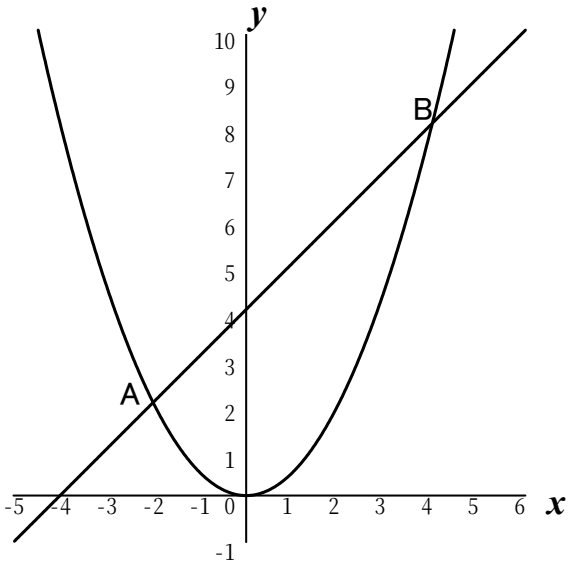
①放物線 $y=2x^2$　直線 $y=2x+4$

②放物線 $y=-2x^2$　直線 $y=-2x-24$

第4章　関数 $y=ax^2$　8．放物線と直線①

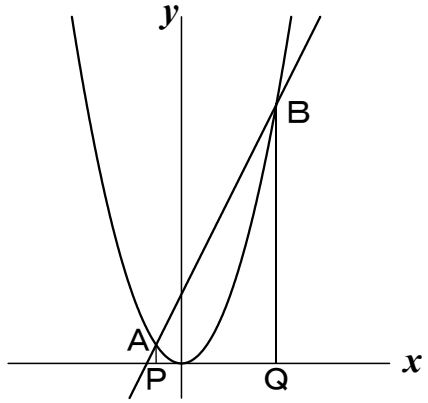
基本問題Ⅱ

放物線$y=ax^2$と直線$y=bx+c$が2点A（−2，2），B（4，8）で交わっている。
放物線と直線の式を求めよ。



応用問題

① 点（−2，−2）を通り、変化の割合が2の直線と放物線$y=x^2$との交点をA，BとしてA，Bからx軸に下ろした垂線とx軸の交点をP，Qとするとき線分PQの長さを求めよ。



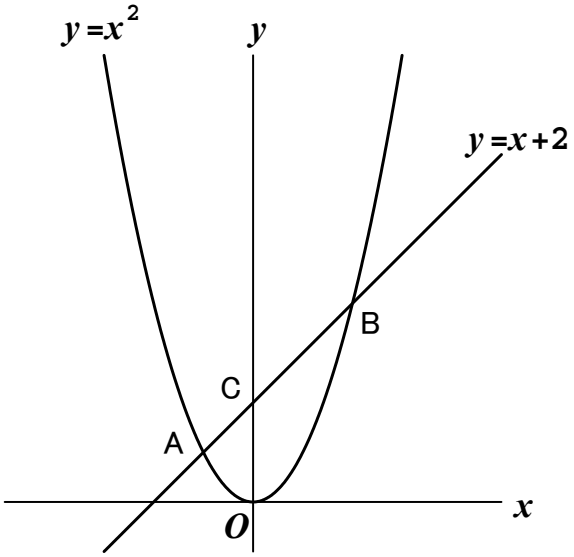
② 放物線$y=2x^2$と直線$y=4x+a$が1点で交わるようにaの値を求めよ。

第4章　関数 $y=ax^2$　9. 放物線と直線②

例題

放物線と直線②･･･三角形の面積を求める。

図で△OABの面積を求めよ。



△OACと△OBCとわけて面積を考える。

交点A，Bの座標を求める。

$x^2=x+2 \Rightarrow x^2-x-2=0$

$(x-2)(x+1)=0$

$x=-1,2$　A$(-1,1)$　B$(2,4)$

△OAC $=2\times1\times\frac{1}{2}=1$

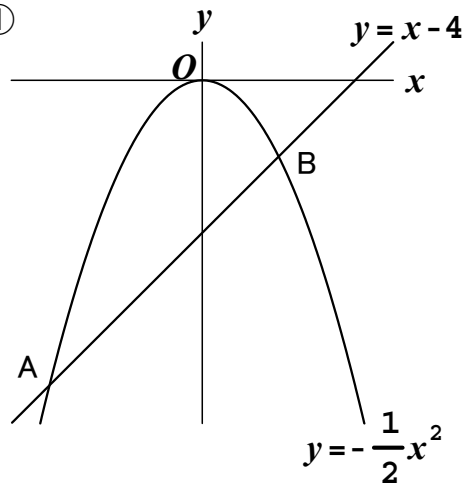
△OBC $=2\times2\times\frac{1}{2}=2$

△OAB $=3$

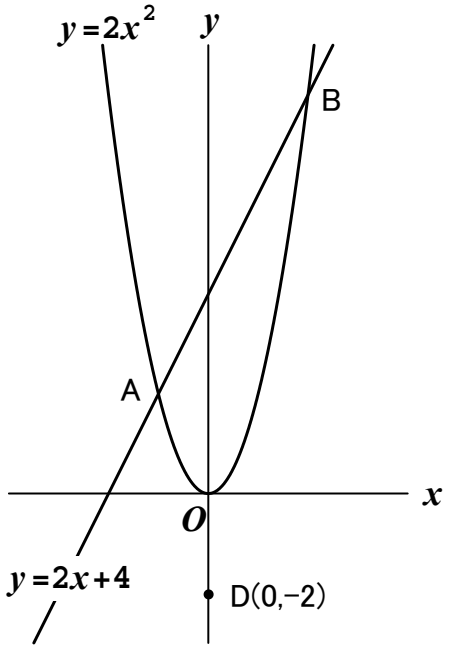
基本問題

次の図の①△OAB②△ABDの面積を求めよ。

①



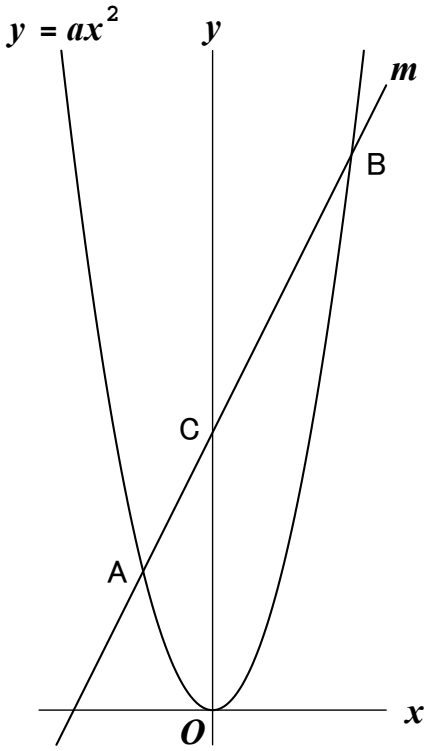
②



第4章　関数 $y = ax^2$　9. 放物線と直線②

応用問題

放物線$y=ax^2$と傾きが 2 の直線mが2点A，Bで交わっている。Aのx座標が -2, Bのx座標が 4 のとき、次の問いに答えよ。



① a の値を求めよ。

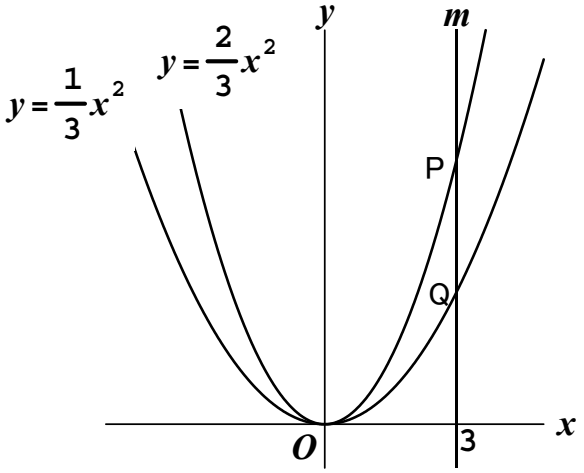
② △AOBの面積を求めよ。

③ 放物線上に点A，Bと異なる点Pをとり△AOBと△APBの面積が等しくなるとき点Pの座標を求めよ。ただし点Pのx座標は $-2 \leqq x \leqq 4$ とする。

第4章　関数 $y=ax^2$　10．2つの放物線

例題

図のように2つの放物線があり、mは y 軸に平行な直線である。線分PQの長さを求めよ。



P，Qの座標を $x=3$ を代入して求める。

P　$y=\frac{2}{3}x^2 \Rightarrow y=6$　　P(3, 6)

Q　$y=\frac{1}{3}x^2 \Rightarrow y=3$　　Q(3, 3)

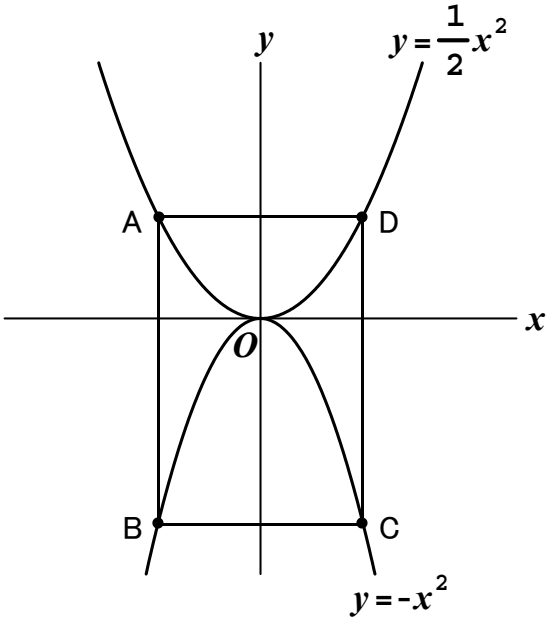
PQ $=6-3=3$

基本問題

図のように放物線 $y=\frac{1}{2}x^2$, $y=-x^2$ 上に4点A，B，C，Dがある。AD，BCは x 軸と平行であり、AB，DCは y 軸と平行である。A，Bの x 座標は負であるとき、問いに答えよ。

① 点Cの x 座標が2のとき点Aの座標を求めよ。

② 四角形ABCDが正方形となるとき、点Cの座標を求めよ。

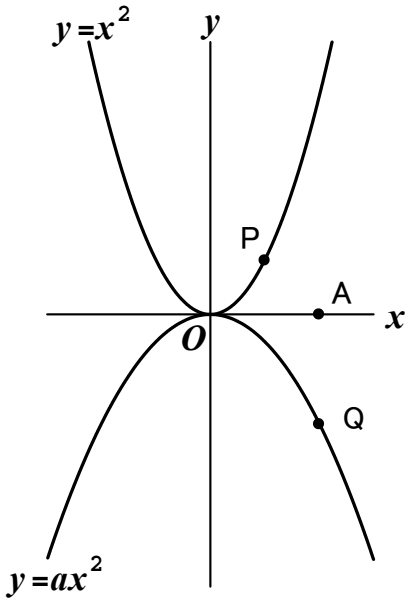


第4章　関数 $y=ax^2$　10．2つの放物線

応用問題

図のように2つの放物線①$y=x^2$、②$y=ax^2$がある。点Pは①のグラフ上にあり、OP＝APの二等辺三角形OAPの1つの頂点である。点Qは②のグラフ上にあり、OQを斜辺とする直角二等辺三角形OQAのひとつの頂点である。点Aの座標（2，0）とするとき、次の問いに答えよ。

（1）放物線②の a の値を求めよ。



（2）△OPQの面積を求めよ。

第4章　関数 $y = ax^2$　11．いろいろな関数

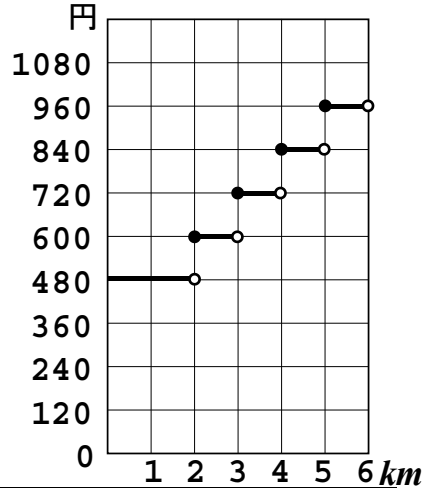
基本問題 I

グラフはあるタクシー会社の走行距離と料金の関係を表している。最初の2キロ未満は480円、その後は1キロごとに、120円づつ加算されていく。

（1）走行距離を x キロ、料金を y 円としたとき y は x の関数といえるか。

（2）走行距離が10．5kmのとき料金は何円か。

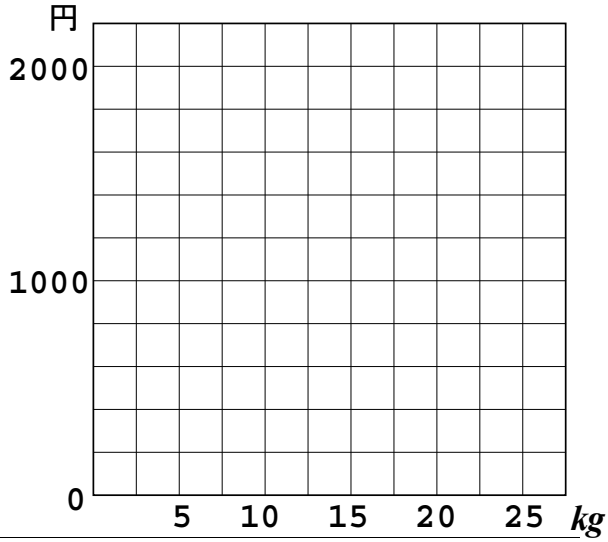
（3）料金が1320円の時、走行距離を求めよ。



基本問題 II

表はある宅配会社の荷物1個あたりの重さと送料を表している。荷物1個の重さが x kgの時の送料を y 円として x と y の関係をグラフに表せ。
ただし $0 \leqq x \leqq 25$ とする。

重さ	5kgまで	10kgまで	20kgまで	30kgまで
料金	1000円	1200円	1600円	1800円



応用問題

ある工場で新製品を生産するのに、1日目は2個、2日目は1日の2倍の4個・・・と前日の2倍の数を生産することにした。x 日目に生産する個数を y 個とするとき問いに答えよ。

（1）y を x の式で表せ。

（2）y は x の関数といえるか。

（3）10日目に生産した個数は何個か。

第5章　図形と相似　　1．相似な図形の性質

相似

ある図形を拡大・縮小した図形⇒もとの図形と相似な図形

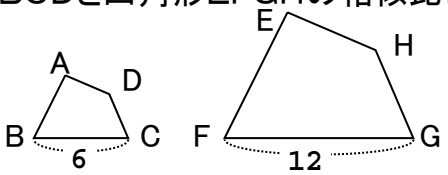
例題）　四角形ABCDと四角形EFGHは相似の位置にある。

①辺CDに対応する辺はどれか。　①　辺GH

②∠Aに対応する角はどれか。　②　∠E

③2つの四角形が相似であることを記号を使って表せ。

④四角形ABCDと四角形EFGHの相似比を求めよ。



相似記号　∽

線分比＝相似比

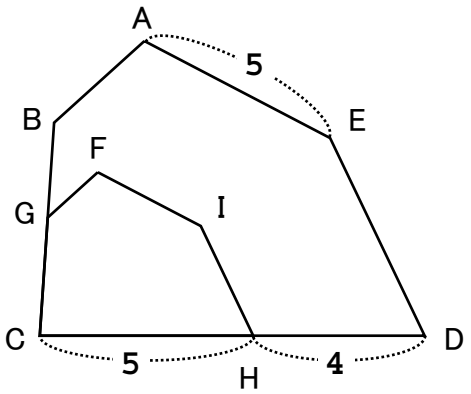
③　四角形ABCD∽四角形EFGH　　④　6：12　＝　1：2

POINT
①相似な図形では対応する角の大きさは等しい。
②相似な図形では対応する線分の長さの比は等しい。

基本問題

五角形FGCHIは五角形ABCDEを縮小したものである。

①相似の中心を答えよ。



②五角形ABCDEと五角形FGCHIの相似比を求めよ。

③辺FIの長さを求めよ。

第5章　図形と相似　　1．相似な図形の性質

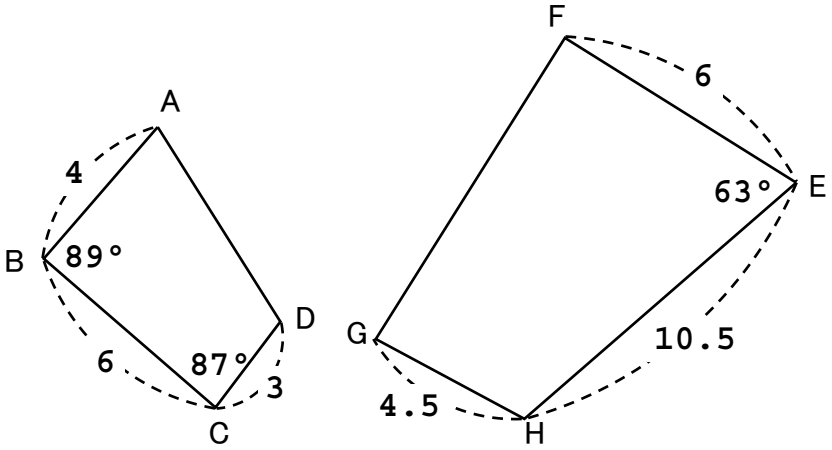
応用問題

［1］四角形ABCDと四角形EFGHは相似である。
①頂点Bに対応する頂点はどれか。

②四角形ABCDと四角形EFGHの相似比を求めよ。

③∠Hは何度か。

④辺FGの長さを求めよ。



［2］次の各組の図形で必ず相似になるものを選べ。
①直角二等辺三角形Aと直角二等辺三角形B

②平行四辺形Aと平行四辺形B

③長方形Aと長方形B

④ひし形Aとひし形B

⑤正六角形Aと正六角形B

⑥半円Aと半円B

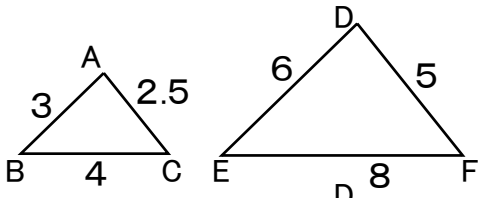
⑦正三角形Aと正三角形B

⑧おうぎ形Aとおうぎ形B

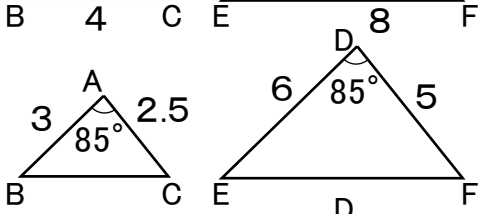
第5章　図形と相似　　2. 三角形の相似条件

三角形の相似条件⇒2つの三角形は次のどれかが成り立てば相似となる。

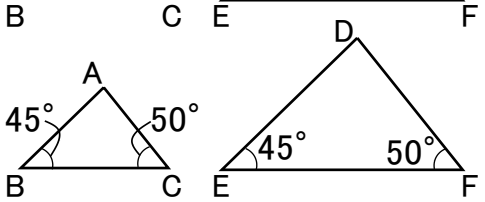
①3組の辺の比が等しい。



②2組の辺の比とその間の角が等しい。



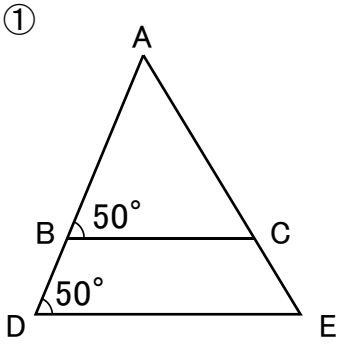
③2組の角がそれぞれ等しい。



基本問題

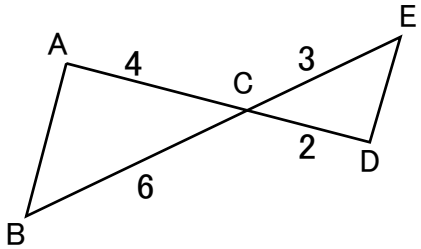
①～③の図で相似な三角形を記号を使って表し、相似条件を述べよ。

①

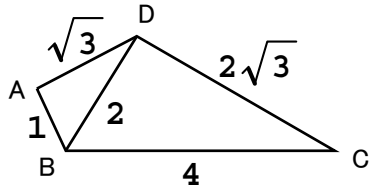


BC // DEであるとする。

②



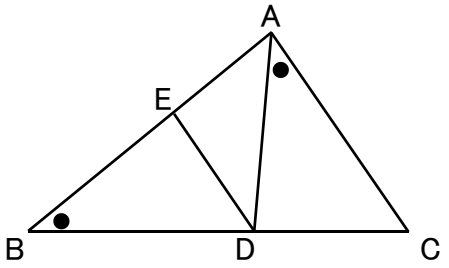
③



第5章　図形と相似　　2. 三角形の相似条件

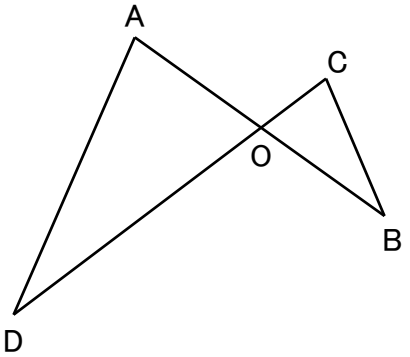
応用問題

［1］図で∠CAD＝∠ABC、DE // CAであるとき△ADBと相似な三角形を記号で表し、相似条件を述べよ。



［2］点Oで交わる2つの線分AB、CDがありOA＝4.5cm、OB＝3cm、OC＝1.5cm、OD＝9cmである。

①相似な三角形を記号で表し、相似条件を述べよ。



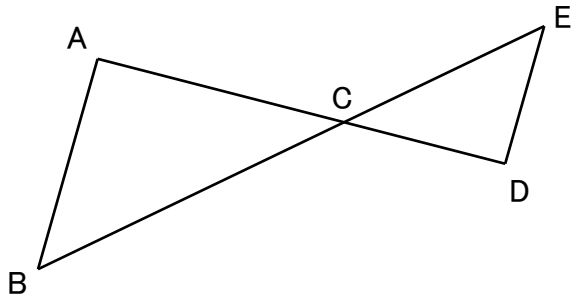
②前問①の相似な2つの三角形の相似比を求めよ。

③BC＝3cmであるとき△ADOはどんな三角形か。

第5章　図形と相似　　3．相似の証明

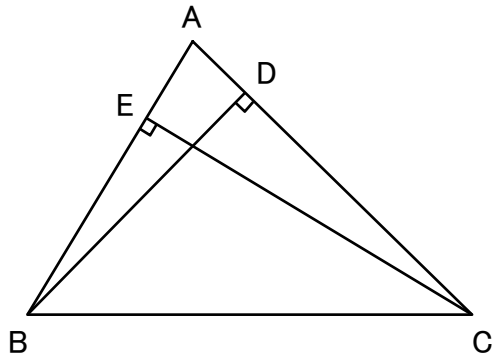
例題

図でAB// DEのとき、△ABC∽△DECであることを証明しなさい。



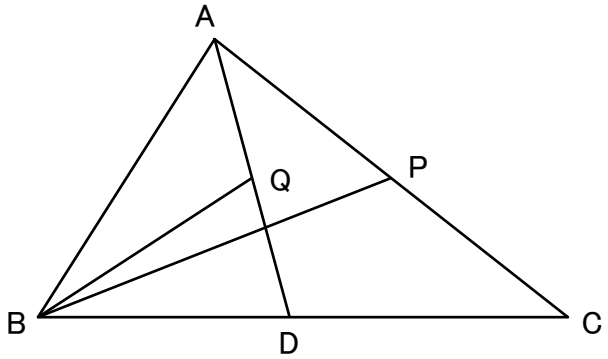
基本問題

△ＡＢＣで頂点Ｂ，Ｃから辺AC、ABにそれぞれ垂線BD，CEを引くとき、△ABD∽△ACEであることを証明せよ。



応用問題

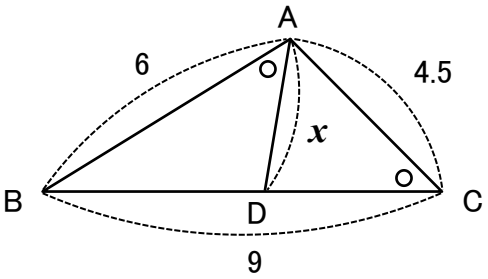
△ＡＢＣ∽△ＤＢＡであり、２点Ｐ，Ｑはそれぞれ辺AC，ADの中点であるならば、△PBC∽△QBAになることを証明せよ。



第5章　図形と相似　　4. 相似の利用①三角形

例題

相似比を利用⇒辺の長さを求める。

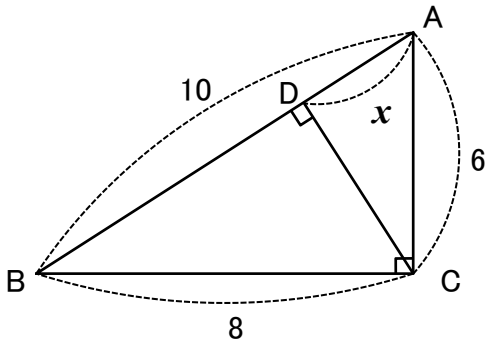


△ABCと△DBAにおいて
∠ACB＝∠DAB（仮定より）①
∠ABC＝∠DBA（共通な角）②
①②より2組の角がそれぞれ等しいので
△ABC∽△DBA

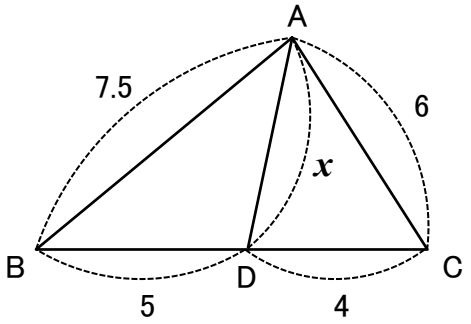
相似な図形では対応する辺の比は等しい。
BC：BA＝AC：DA
9：6＝4.5：x
$9x=27$　　$x=3$

基本問題

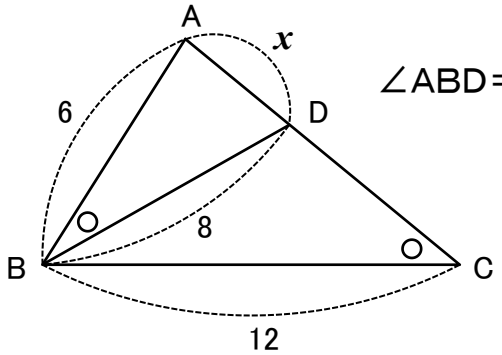
①



②



③

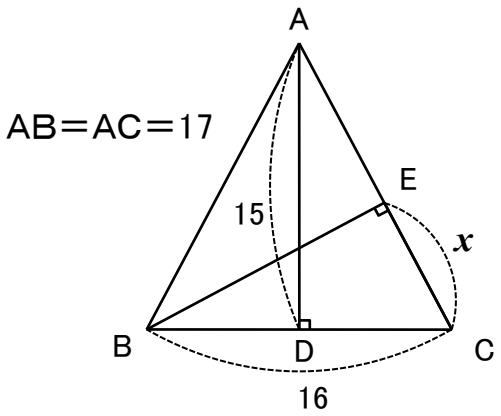


∠ABD＝∠DCB

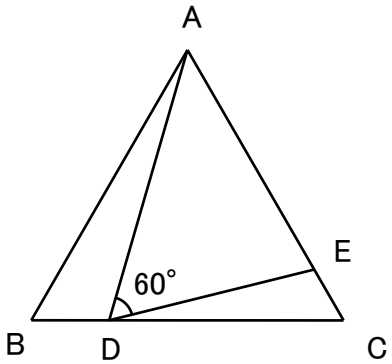
第5章　図形と相似　　4．相似の利用①三角形

応用問題

［1］ x の値を求めよ。



［2］ △ABCは１辺12cmの正三角形である。△ABDと△DECが相似であることを証明せよ。またBD：DC＝１：3となるとき線分ECの長さを求めよ。



第5章　図形と相似　　5．相似の利用②縮図

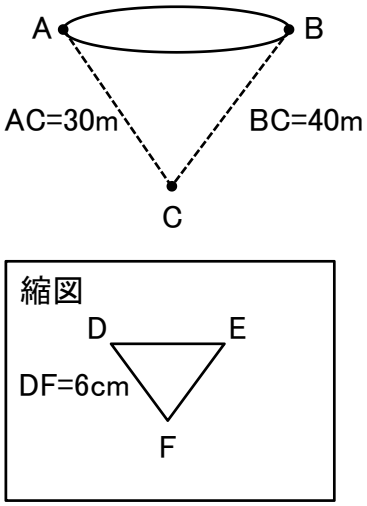
例題

池の両端の2地点A，Bの距離を求めるのに、2地点を見通す地点Cを決めて、∠ACBの大きさと、AC，BCの距離をはかり△ABCの縮図△DEFを書いた。AC＝30m，BC＝40m，DF＝6cmのとき、問いに答えよ。

①縮図は何分の1か。

②EFの長さを求めよ。

③DEの長さが10cmのとき、2地点A，B間の距離を求めよ。



① 30m(=3000cm) ⇒ 6cm

$6 \div 3000 = \frac{1}{500}$　　答：$\frac{1}{500}$

② 4000：x＝500：1　x＝8

$4000 \times \frac{1}{500} = 8$　　答：8cm

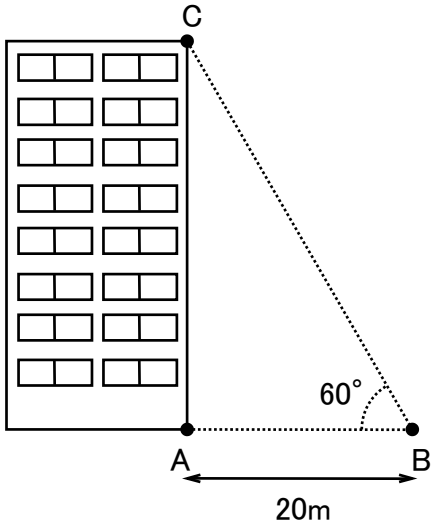
③ 10×500＝5000(cm)　　答：50m

基本問題

マンション真下のA地点から20m離れたB地点から屋上のC地点を見上げたら図のように水平方向に対して60°上に見えた。縮図をかいてマンションの高さを求めるとき次の問いに答えよ。縮図は$\frac{1}{200}$とし、視線の高さは考慮しない。

①縮図でABに対応する線分の長さを求めよ。（単位：mm）

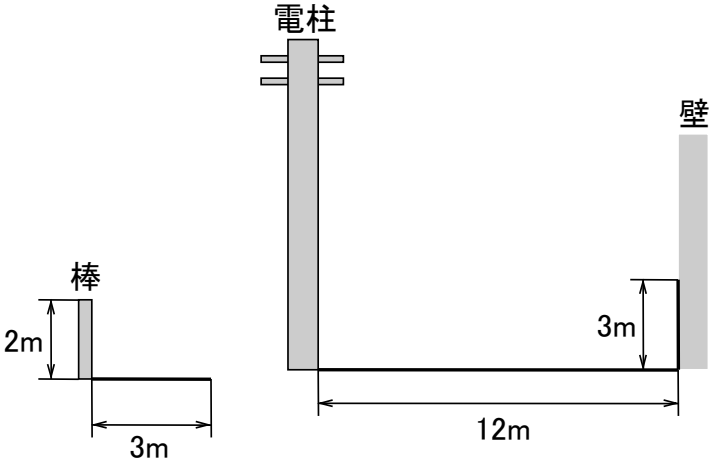
②縮図でマンションの高さに対応するACの長さは173mmであった。
実際のマンションの高さはおおよそ何mか。



第5章　図形と相似　　5．相似の利用②縮図

応用問題

壁から12mはなれたところに垂直に電柱が立っている。電柱の影が壁に映っている部分の長さは3mで、このとき地面に垂直に立てた2mの棒の影の長さは3mだった。電柱の高さは何mか求めよ。



Memo

第5章　図形と相似　　6．三角形と線分比

ポイント

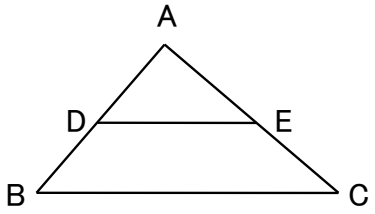
△ABCの辺AB，AC上の点をそれぞれD，Eとするとき

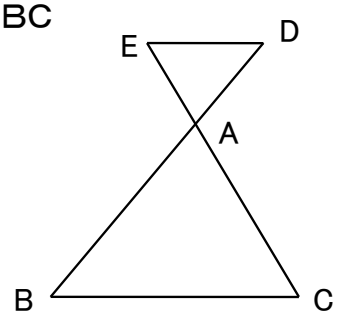
①DE//BCならばAD：AB＝AE：AC＝DE：BC

AD：DB＝AE：EC

＊②AD：AB＝AE：ACならば DE//BC

AD：DB＝AE：ECならば DE//BC

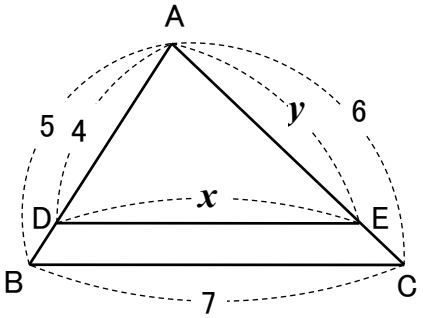




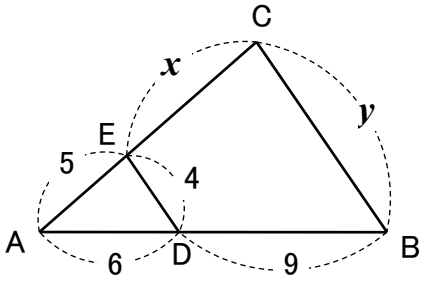
基本問題

DE//BCのとき、x 、y の値を求めよ。

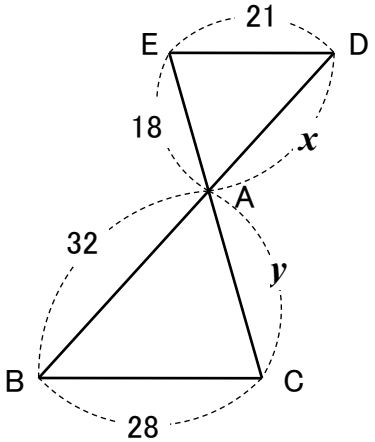
①



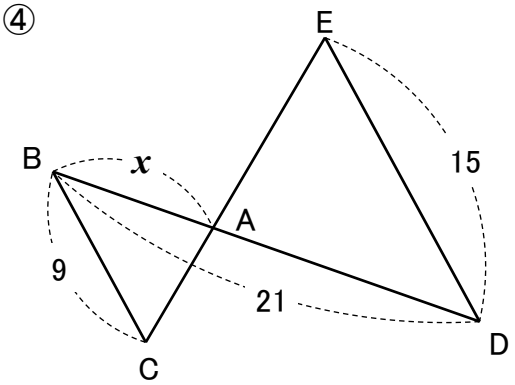
②



③



④



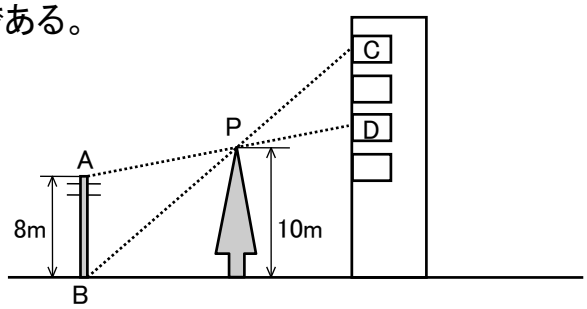
第5章　図形と相似　　6．三角形と線分比

応用問題

図のように、電柱と木とマンションが直線でならんでいる。

マンションのCさんの部屋から木の先端Pと電柱のB点が一直線に見えた。また階下のDさんの部屋から木の先端Pと電柱のA点が一直線に見えた。電柱の高さが8m、木の高さが10m、Dさんの部屋はCさんの部屋の$\frac{5}{9}$の高さである。

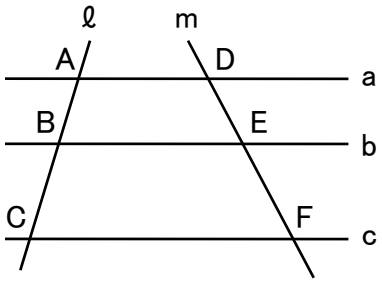
Cさんの部屋は高さ何mか。



Memo

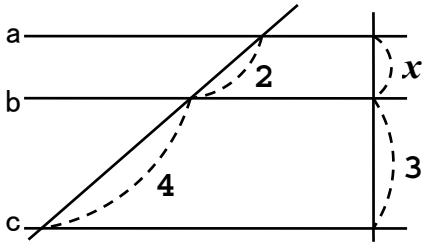
第5章　図形と相似　　7．平行線と線分比①

平行線と線分比

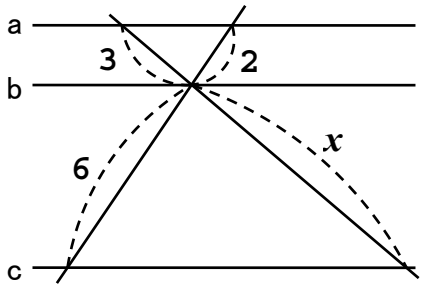


$a \parallel b \parallel c$
AB：BC＝DE：EF
AB：AC＝DE：DF
AC：BC＝DF：EF

例題　$a \parallel b \parallel c$ のとき x の値を求めよ。



x=1.5

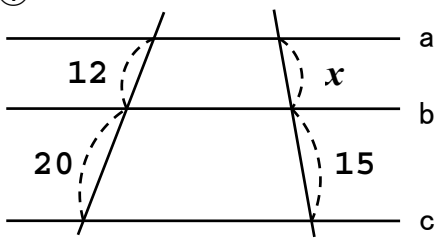


x=9

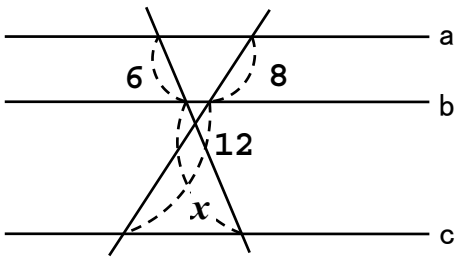
基本問題

$a \parallel b \parallel c$ のとき x の値を求めよ。

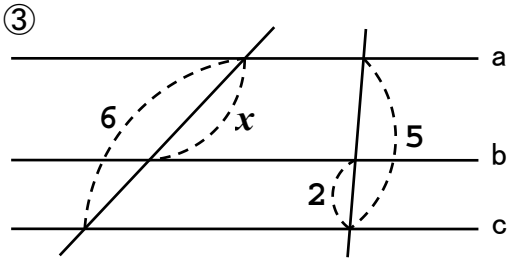
①



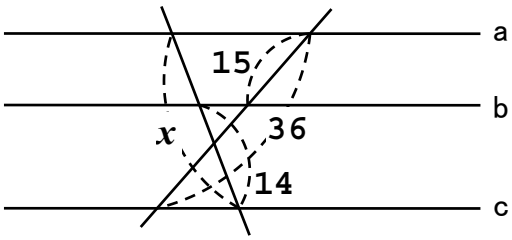
②



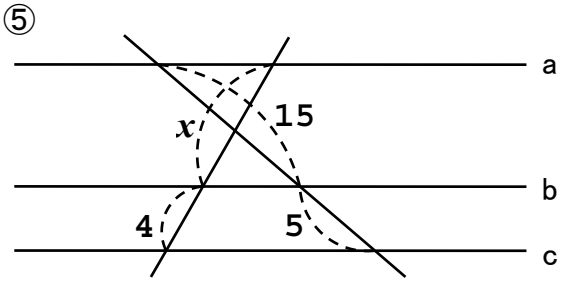
③



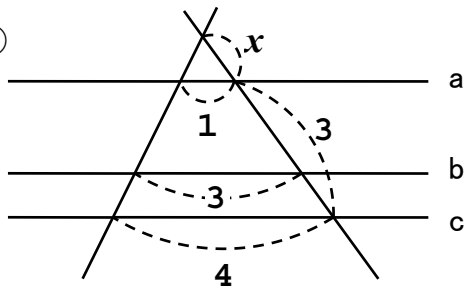
④



⑤



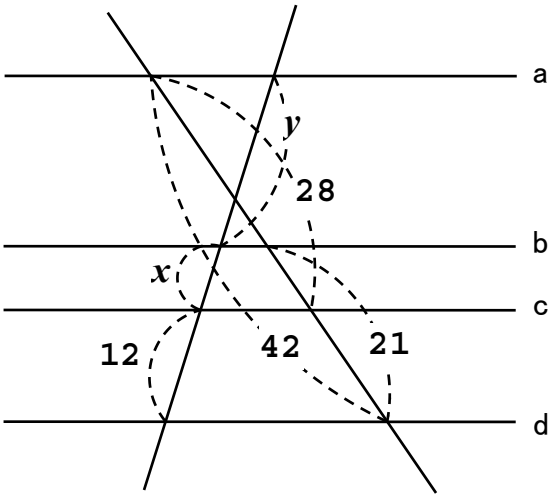
⑥



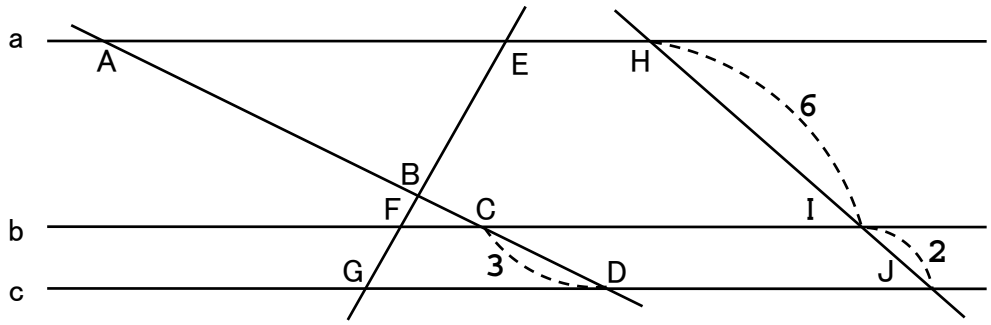
第5章　図形と相似　　7．平行線と線分比①

応用問題

［1］$a \parallel b \parallel c \parallel d$ のとき x, y の値を求めよ。



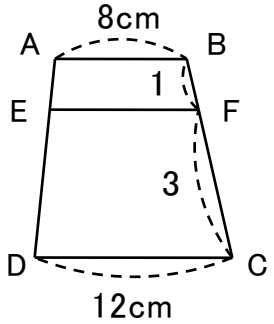
［2］図のように3本の平行な直線 a, b, c に3本の直線が交わっている。BC＝FG，BD＝EF，CD＝3，HI＝6，IJ＝2が成りたつとき、線分ABの長さを求めよ。

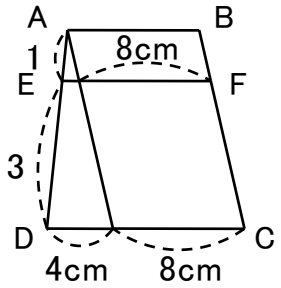


第5章　図形と相似　　8．平行線と線分比②

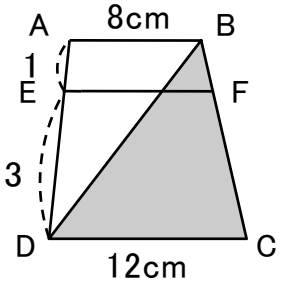
例題

AD//EF//BCのとき、線分EFの長さを求めよ。





$4 \times \frac{1}{4} + 8 = 9$cm

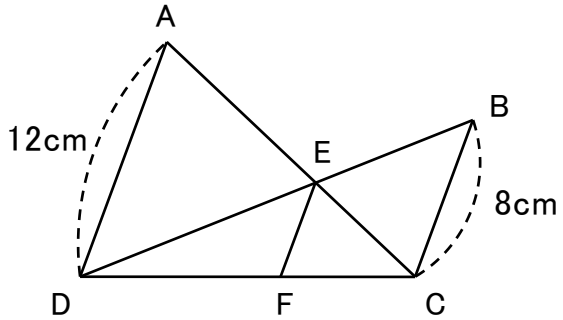


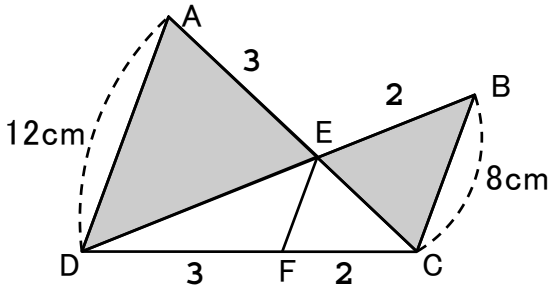
（別解）

$8 \times \frac{3}{4} + 12 \times \frac{1}{4} = 9$cm

例題

AD//EF//BCのとき、線分EFの長さを求めよ。





△ADE∽△CBE

DF：FC＝DE：EB＝AE：EC

＝3：2

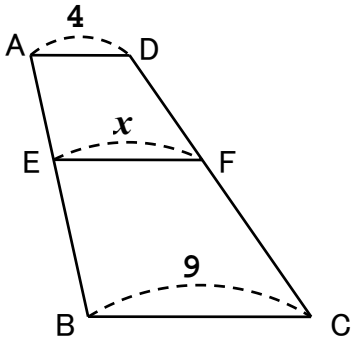
$12 \times \frac{2}{5} = \frac{24}{5} = 4.8$cm　　EF=4.8cm

（5：2＝12：x）

基本問題

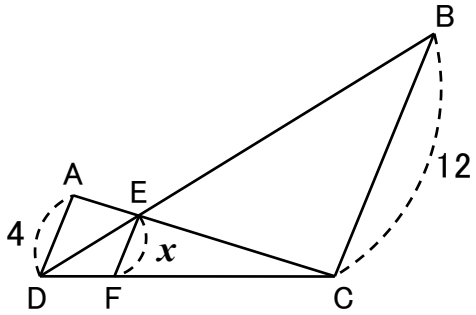
AD//EF//BCのとき、x の値を求めよ。

①



AE：EB＝2：3

②

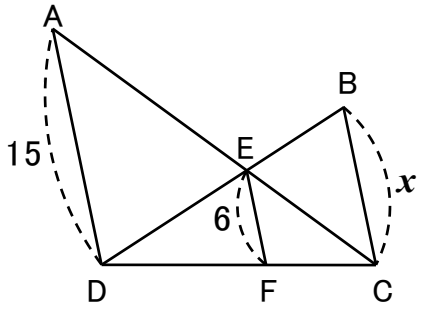


第5章　図形と相似　　8．平行線と線分比②

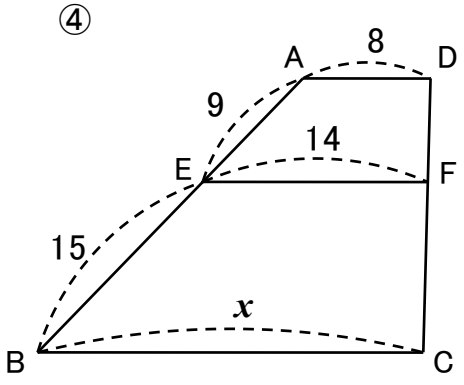
基本問題

AD//EF//BCのとき、x の値を求めよ。

③

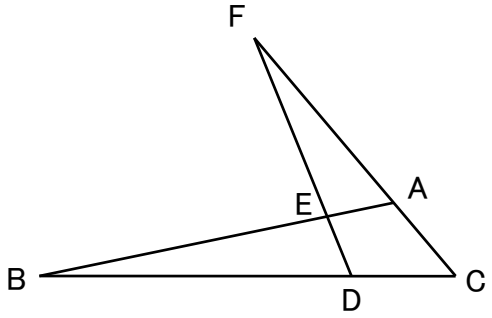


④

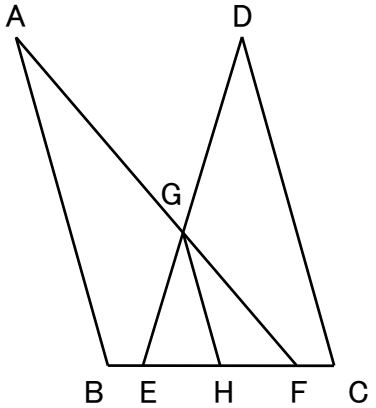


応用問題

［1］図でBD：DC＝3：1，FE：ED＝3：1のとき、FA：FCを求めよ。



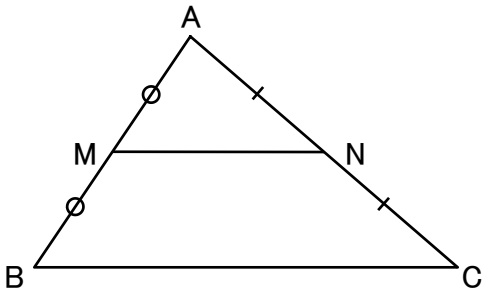
［2］図でAB//GH//DCで、AB＝DC＝15、GH＝6、BC＝10であるとき、EFの長さを求めよ。



第5章　図形と相似　　9．中点連結定理①

中点連結定理

三角形の2辺の中点を結ぶ線分は、残りの辺に平行で、長さは半分となる。



△ABCで辺AB、ACの中点をそれぞれM，Nとする。

BC//MN　　MN＝$\frac{1}{2}$BC

定理⇒ 根拠にもとづいて筋道をたてて説明がなされ、正しいと証明された事柄

中点に関する定理

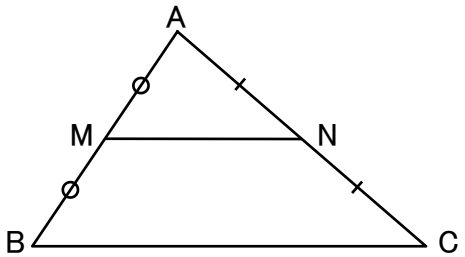
★中点連結定理★

三角形の2辺の中点を結ぶ線分は、残りの辺に平行で、長さは半分となる。

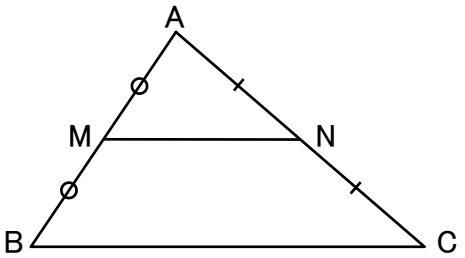
★中点に関する定理

三角形の1辺の中点を通り、他の1辺に平行な直線は残りの辺の中点を通る。

AM＝BM　MN//BC　⇒ AN＝CN



中点連結定理の証明



△ABCと△AMNにおいて

仮定より

AB：AM＝2：1，AC：AN＝2：1なので

AB：AM＝AC：AN ・・・・・・・・①

∠BAC＝∠MAN（共通）・・・・②

①、②より

2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいので、△ABC∽△AMN

相似な図形では対応する角の大きさは等しいので、∠ABC＝∠AMN・・・・③

③より同位角が等しいので、BC//MN

また対応する辺の長さの比も等しいので、BC：MN＝2：1　MN＝$\frac{1}{2}$BC

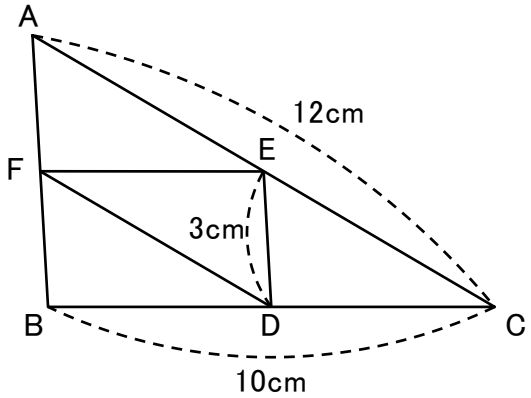
（以上　証明終わり）

第5章　図形と相似　９．中点連結定理①

基本問題

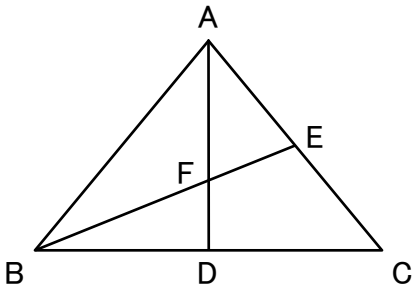
△ABCで辺AB，BC，CAそれぞれの中点をF，D，Eとして、BC＝10cm，CA＝12cm，ED＝3cmのとき次の長さを求めよ。

①線分FE　　②線分DF　　③線分AF

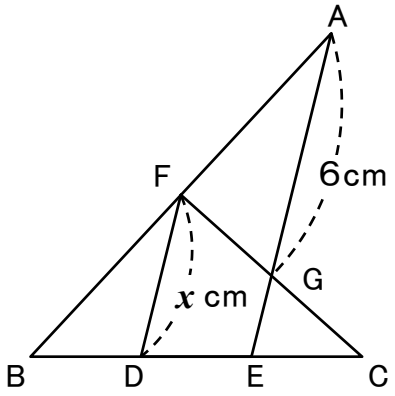


応用問題

［１］△ABCの辺BC，CAの中点をそれぞれD，Eとし、ADとBEの交点をFとする。AD＝8cmのとき、FDの長さを求めよ。



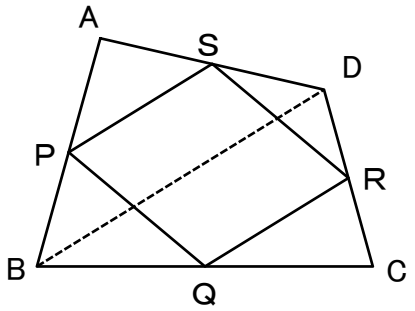
［２］図で線分BCを三等分する点をD，Eとして、線分ABの中点をFとするとき x の値を求めよ。



第5章　図形と相似　　10．中点連結定理②

例題

四角形ABCDで、辺AB，BC，CD，DAの中点をそれぞれP，Q，R，Sとすると、四角形PQRSは平行四辺形になることを証明せよ。



対角線を引き三角形にわけて中点連結定理を利用。

△ABDにおいてP，Sは辺AB，ADの中点より

PS//BD　　PS＝$\frac{1}{2}$BD　　①

△CBDにおいてQ，Rは辺CB，CDの中点より

QR//BD　　QR＝$\frac{1}{2}$BD　　②

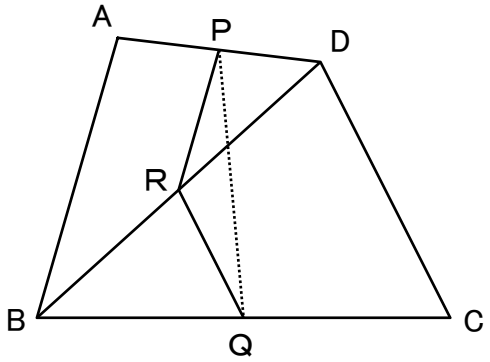
①，②より　　PS//QR　　PS＝QR

よって対辺が平行で等しい長さなので、四角形PQRSは平行四辺形である。

（以上証明終わり）

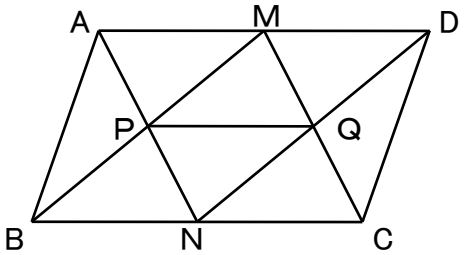
基本問題

四角形ABCDで、辺AD，BC，対角線BDの中点をそれぞれP，Q，RとするとAB＝CDならば、△PQRは二等辺三角形になることを証明せよ。



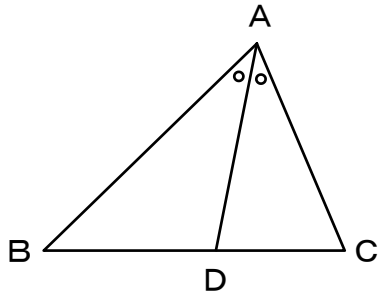
応用問題

平行四辺形ABCDで辺ADの中点をM、辺BCの中点をNとして、線分ANと線分BMの交点をP、線分CMと線分DNの交点をQとするとき、PQ//BCとなることを証明せよ。



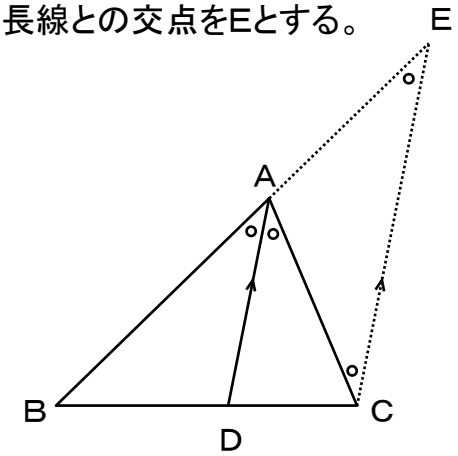
第5章　図形と相似　　11．角の二等分線と線分比

角の二等分線と比



△ABCで∠Aの二等分線をADとすると、
AB：AC＝BD：DC　となる。

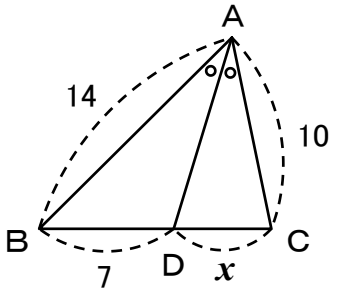
（証明）
点Cを通り、線分ADと平行となる直線を引き、辺BAの延長線との交点をEとする。
DA//DCより
∠AEC＝∠BAD（同位角），∠ACE＝∠CAD（錯角）
∠BAD＝∠CAD（仮定）⇒∠AEC＝∠ACE
よって△ACEは二等辺三角形⇒AC＝AE
△BECにおいて、DA//CEより
BA：AE＝BD：DC
したがってAB：AC＝BD：DCとなる。



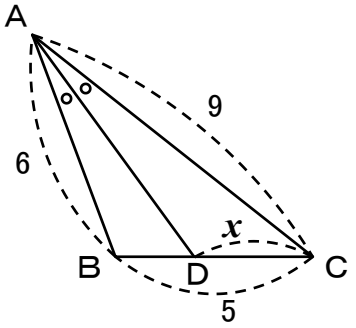
基本問題

図でADが∠Aの二等分線であるとき、x の値を求めよ。

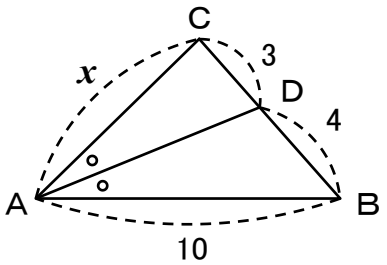
①



②



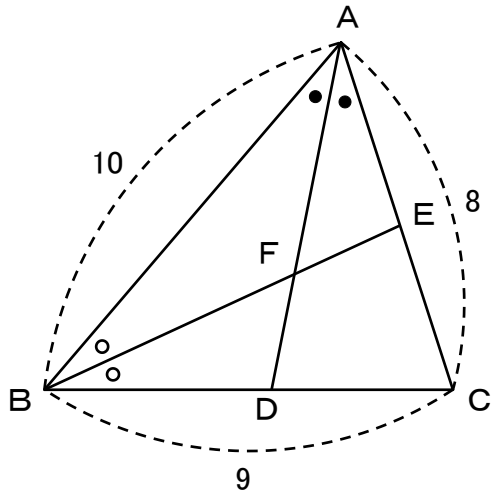
③



第5章　図形と相似　　11．角の二等分線と線分比

応用問題

△ABCでADは∠Aの二等分線、BEは∠Bの二等分線でADとBEの交点をFとするとき、AF：FDを求めよ。

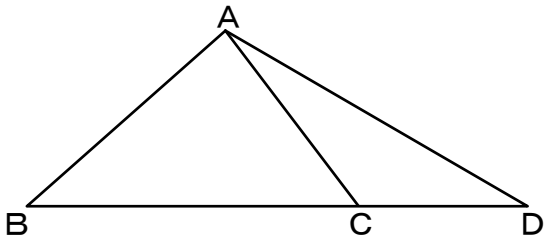


Memo

第5章　図形と相似　　12. 三角形の面積と線分比

三角形の面積と線分比

2つの三角形の高さが等しいとき、
その面積比は底辺の長さ（線分）の比に等しい。

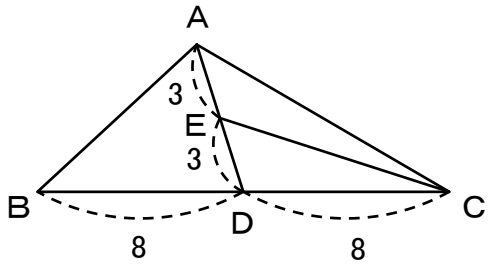


△ABC：△ACD＝BC：CD
△ABD：△ACD＝BD：CD

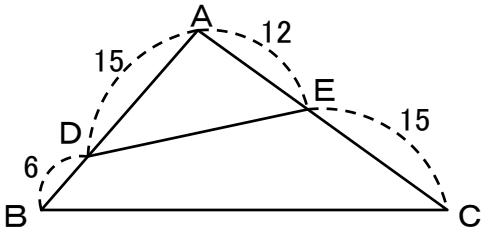
基本問題

それぞれ2つの三角形の面積比を求めよ。

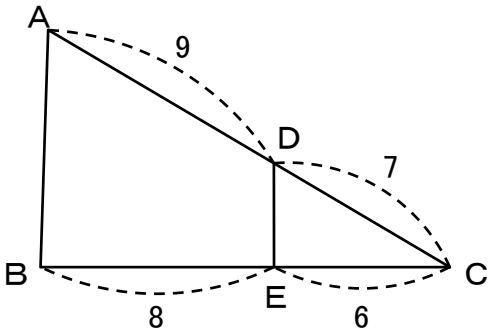
① △CDE：△ABC



② △ADE：△ABC



③ △ABC：△DEC



第5章　図形と相似　　12. 三角形の面積と線分比

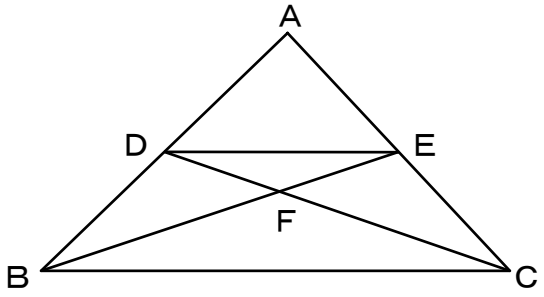
応用問題

△ABCの辺AB, ACの中点をそれぞれD, EとしてBEとCDの交点をFとする。

① △DEF : △CEFを求めよ。

② △DEF : △ADEを求めよ。

③ △CEF : △ABCを求めよ。

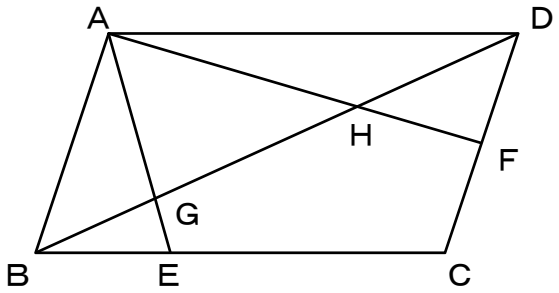


Memo

第5章　図形と相似　　13．平行四辺形と線分比

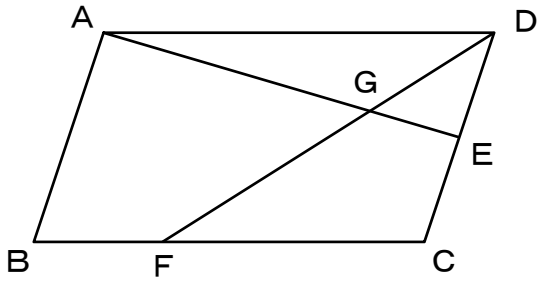
基本問題

▱ABCDでEは辺BCを1：2に分ける点、Fは辺CDの中点である。
AE，AFが対角線BDと交わる点をそれぞれG，Hとするとき、BG：GHを求めよ。



応用問題

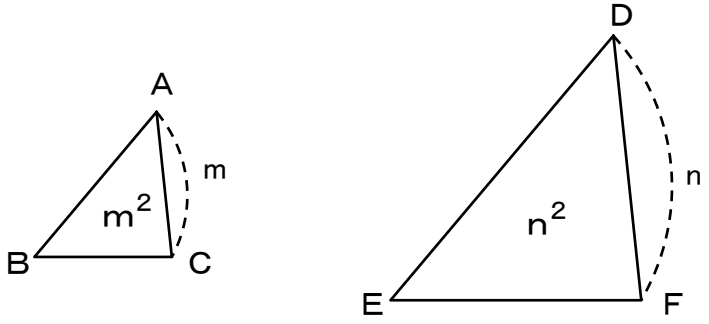
▱ABCDの辺CDの中点をE、辺BC上にBF：FC＝1：2となる点をFとし、AEとDFの交点をGとする。
① EG：GAを求めよ。
② DG：GFを求めよ。



第5章　図形と相似　　14．相似な図形の面積比

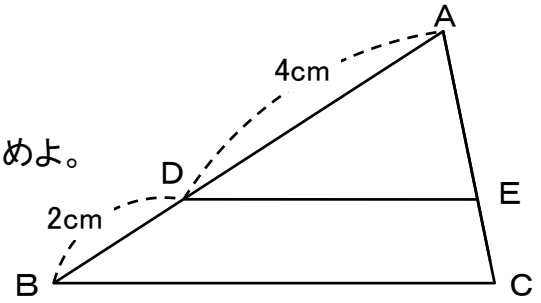
ポイント

相似な平面図形の面積比　⇒　相似比の２乗に等しい
相似比　m：n　のとき
面積比　m^2：n^2



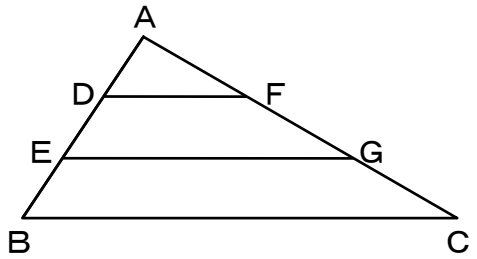
基本問題

図でDE//BC，AD＝4cm，DB＝2cmである。
① △ABCと△ADEの周の長さの比を求めよ。
② △ABCと△ADEの面積比を求めよ。
③ △ABCが18cm^2のとき、台形DBCEの面積を求めよ。



応用問題

△ABCにおいて、点D，Eは辺ABを三等分する点であり、点F，Gは辺ACを三等分する点である。
① △ABCと△AEGの面積比
② △ADFと四角形DBCFの面積比
③ △ABCと四角形DEGFの面積比
④ 四角形EBCGの面積が25cm^2のとき、△AEGの面積



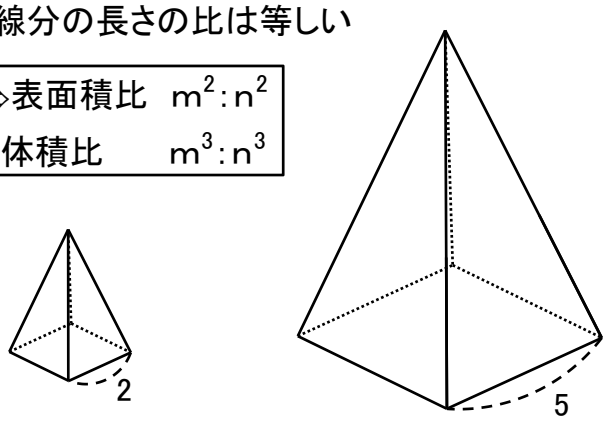
第5章　図形と相似　　15. 相似な立体の表面積・体積の比

ポイント

相似な立体⇒立体の形を変えずに拡大または縮小した立体はもとの立体と相似である。

① 対応する角の大きさは等しい
② 対応する線分の長さの比は等しい

相似比　m:n	⇒表面積比	$m^2:n^2$
	体積比	$m^3:n^3$



相似比　2:5
表面積比 4:25
体積比　8:125

基本問題

① 2つの相似な三角柱があり高さの比が3:7であるとき、表面積の比と体積比を求めよ。

② 2つの相似な円柱があり、表面積の比が25:81であるとき、体積比を求めよ。

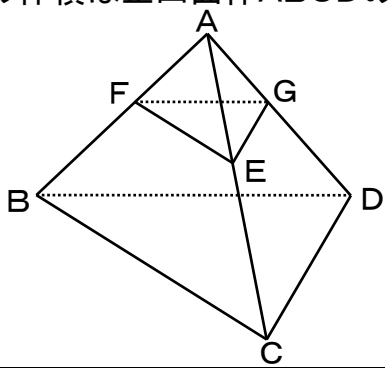
③ 相似な円錐AとBがあり、円錐の高さはAが10cm、Bが12cmである。
Aの体積が250πcm^{3}であるとき、Bの体積を求めよ。

応用問題

正四面体ABCDの辺AC上の点Eを通り、底面BCDに平行な平面で四面体を切った。切り口△EFGの面積が底面△BCDの面積の25%になるとき、問いに答えよ。

① AF:FBを求めよ。

② 分けられた2つの立体のうち、頂点Aを含まない方の立体の体積は正四面体ABCDの体積の何倍か求めよ。



Memo

第6章　円　　1．円周角の定理

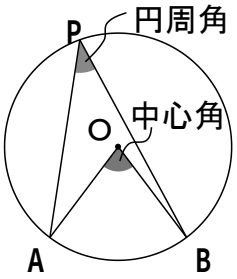
円周角と円周角の定理

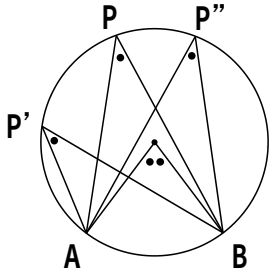
円周角

円Oで、$\overset{\frown}{AB}$ を除いた円周上に点Pをとると き、∠APBを$\overset{\frown}{AB}$に対する**円周角**という。

円周角の定理

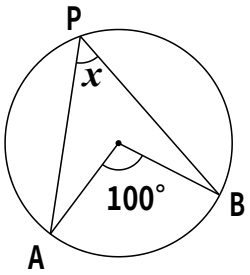
①1つの弧に対する円周角の大きさは、その弧に対する中心角の大きさの**半分**である。
②同じ弧に対する円周角の大きさは**等しい**。





基本問題

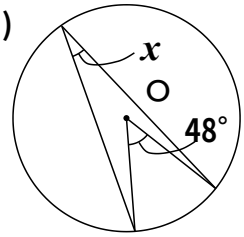
右の図で、∠x の大きさを求めよ。



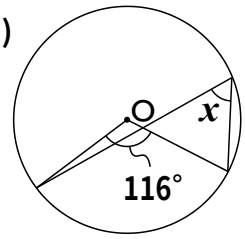
応用問題

次の図において、∠x の大きさを求めよ。

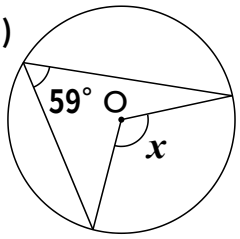
(1)



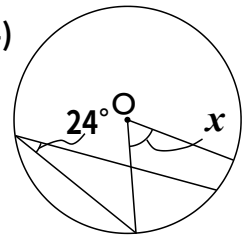
(2)



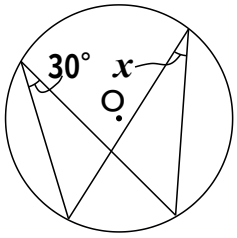
(3)



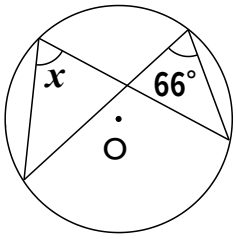
(4)



(5)



(6)

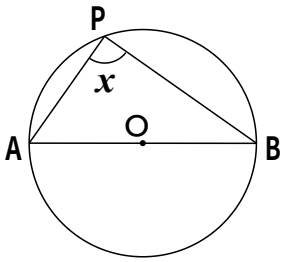


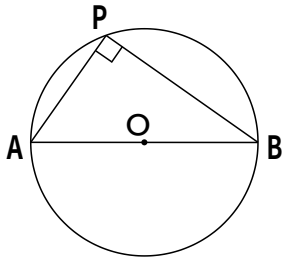
第6章　円　　2. 円周角の定理の問題

基本問題

右の図で、∠x の大きさを求めよ。

半円の弧に対する円周角は、９０°である。

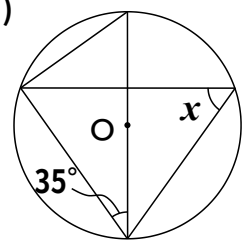




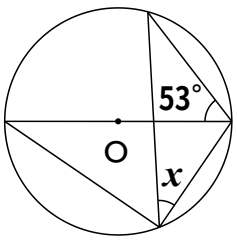
応用問題

次の図において、∠x の大きさを求めよ。

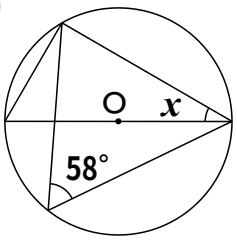
(1)



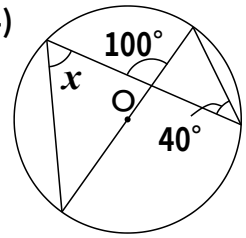
(2)



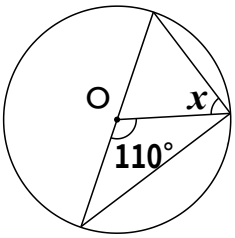
(3)



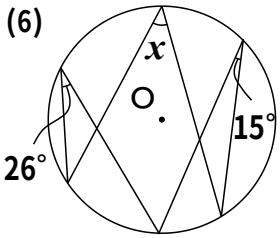
(4)



(5)



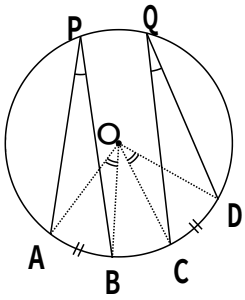
(6)



第6章　円　　3．等しい弧に対する円周角

等しい弧に対する円周角

①等しい**弧**に対する**中心角**の大きさは**等しい**。
②等しい**中心角**に対する**弧**の長さは**等しい**。
　（理由）弧や中心角が等しいおうぎ形は合同であるから。

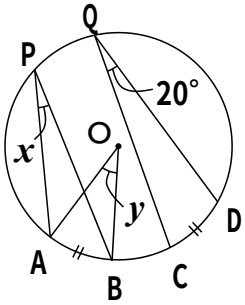


⬇　円周角の定理より

①1つの円で、等しい**弧**に対する**円周角**の大きさは**等しい**。
②1つの円で、等しい**円周角**に対する**弧**の長さは等しい。

基本問題

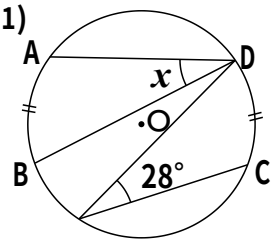
右の図で、$\angle x$，$\angle y$ の大きさを求めよ。
$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$ であるとする。



応用問題

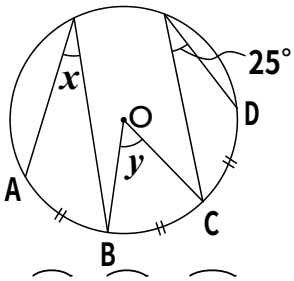
次の図において、$\angle x$，$\angle y$ の大きさを求めよ。

(1)



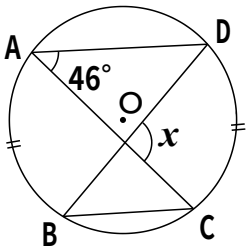
$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$

(2)



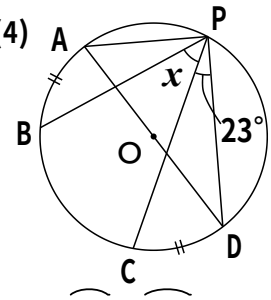
$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{CD}$

(3)



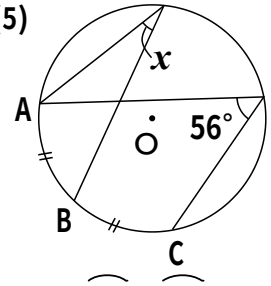
$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$

(4)



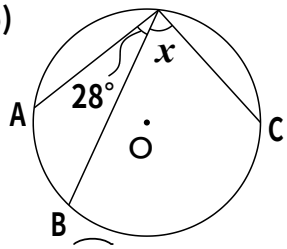
$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$

(5)



$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{BC}$

(6)



$\overset{\frown}{AB} = 2\pi\ (cm)$

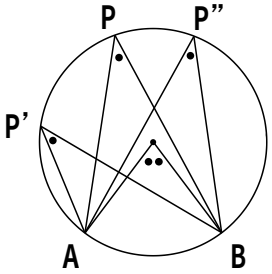
$\overset{\frown}{BC} = 5\pi\ (cm)$

第6章　円　　4. 円周角の定理の逆

円周角の定理の逆

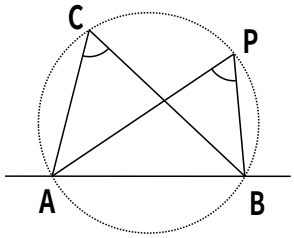
円周角の定理（復習）

①1つの弧に対する円周角の大きさは、その弧に対する中心角の大きさの**半分**である。
②同じ弧に対する円周角の大きさは**等しい**。



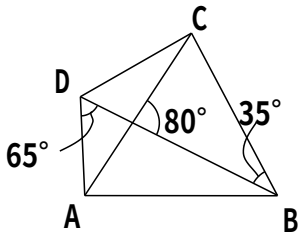
円周角の定理の逆

２点Ｃ，Ｐが直線ＡＢについて、同じ側にあるとき、
∠ＡＰＢ＝∠ＡＣＢならば、
４点Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｐは、同じ円周上にある。



基本問題

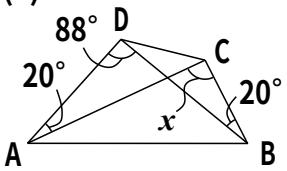
右図で、4点A，B，C，Dは、同じ円周上にあるといえるか答えなさい。



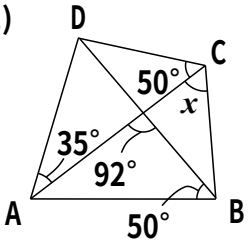
応用問題

次の図において、∠x，∠y の大きさを求めよ。

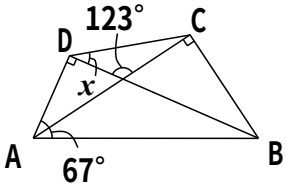
(1)



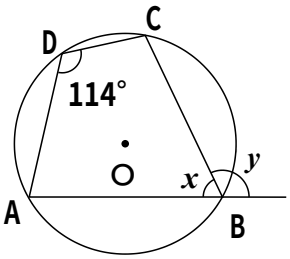
(2)



(3)



(4)



発展

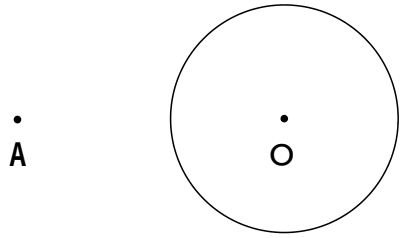
円に内接する四角形の性質

①向かい合う内角の和は、180°である。
②1つの内角は、それに向かい合う内角のとなりにある外角と等しい。

第6章　円　　5. 円の接線

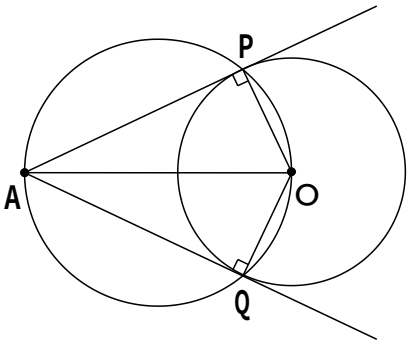
基本問題

下図のように、円Oとその外部の点Aがある。
このとき、点Aを通る円Oの接線を作図しなさい。



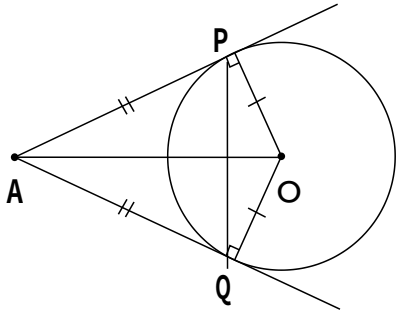
考え方

点Aから円Oに接線がひけたとし、接点をP，Qとする。
AP⊥OP，AQ⊥OQとなる。
すなわち、
∠APO=∠AQO=90°
よって、点P，Qは、AOを直径としたときの円周上にあることになる。



したがって、AOを直径とする円を作図すれば、その円と円Oとの交点が接点P，Qとなる。

円の接線の性質

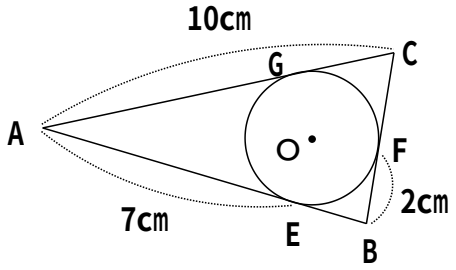


AO=AO,PO=QOであり、直角三角形において、斜辺と他の1辺が等しいので、△APO≡△AQOとなる。
よって、AP=AQが成立する。
また、△APQは、二等辺三角形となる。

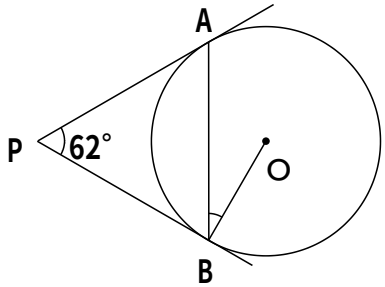
第6章　円　　5. 円の接線

応用問題

1. 右図において、直線AB,AC,BCは、円Oの接線である。点E,F,Gは、接点である。
このとき、線分AG,CF,BEの長さを求めよ。



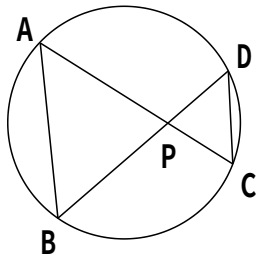
2. 右図において、直線PA,PBは、円Oの接線である。点A,Bは、接点である。
このとき、∠OBAの大きさを求めよ。



第6章　円　　6．円と相似

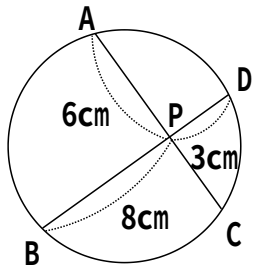
基本問題

右図のように、2つの弦ACと弦BDが、円内の点Pで交わっているとき、
　△PAB∽△PDC
であることを証明せよ。

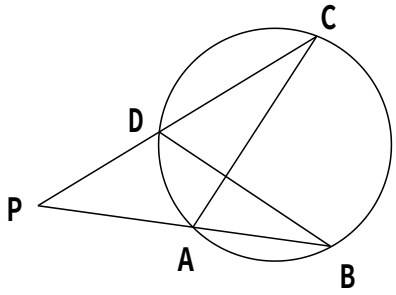


応用問題

1．右図のように、弦ACと弦BDが円内の点Pで交わっているとき、線分PCの長さを求めよ。



2．右図において、
　△PCA　∽　△PBD
であることを証明せよ。



Memo

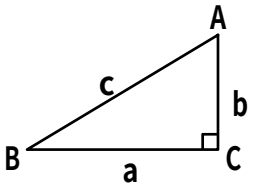
第7章　三平方の定理　1．三平方の定理

三平方の定理（ピタゴラスの定理）

三平方の定理（ピタゴラスの定理）

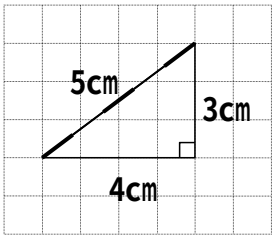
直角三角形の直角をはさむ２辺の長さをa，bとし、斜辺の長さをcとするとき、次の関係式が成立する。

$$a^2 + b^2 = c^2$$

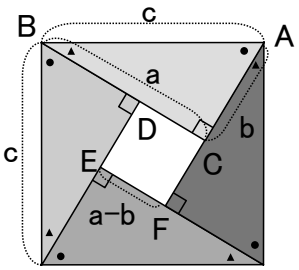


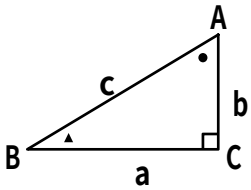
例

$$4^2 + 3^2 = 5^2$$



三平方の定理の証明　証明方法の一例を紹介します。





（証明）
内角と外角の関係より、
∠Ａ＋∠Ｂ＝90°（●＋▲＝90°）
であるので、左図のように、直角三角形ABCを４つ配置して、正方形を作ることができる。

４つの直角三角形の面積＋正方形CDEF＝全体の正方形の面積であるので、

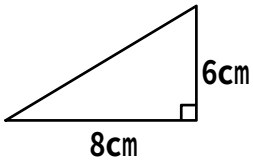
$$\frac{1}{2}ab \times 4 + (a-b)^2 = c^2$$

$$2ab + a^2 - 2ab + b^2 = c^2$$

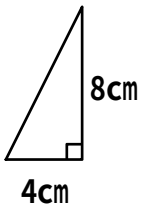
よって、 $a^2 + b^2 = c^2$ となる。

基本問題

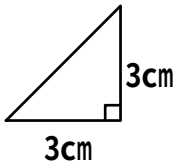
下の図で、直角三角形の斜辺の長さを求めよ。



(1)



(2)



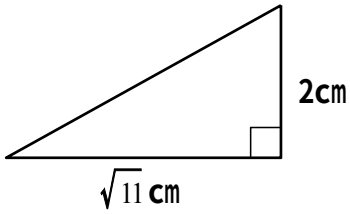
(3)

第7章　三平方の定理　1．三平方の定理

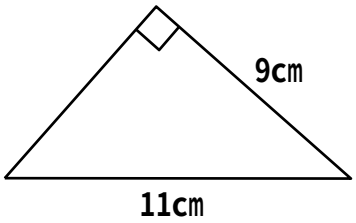
応用問題

下の図の直角三角形で、残りの辺の長さを求めよ。

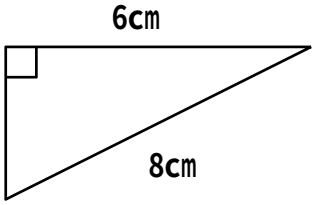
(1)



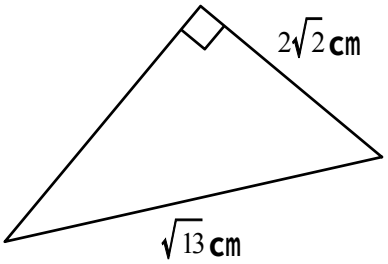
(2)



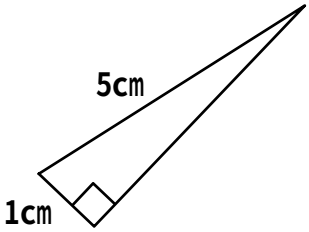
(3)



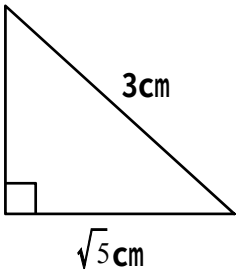
(4)



(5)



(6)



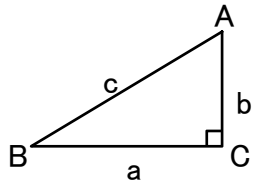
第7章　三平方の定理　2．三平方の定理の逆

三平方の定理の逆

三平方の定理（ピタゴラスの定理）

直角三角形の直角をはさむ2辺の長さをa，bとし、斜辺の長さをcとするとき、次の関係式が成立する。

$$a^2 + b^2 = c^2$$



∠C＝90°　ならば　$a^2 + b^2 = c^2$

三平方の定理の逆

3辺の長さがそれぞれ、a，b，cの三角形で、

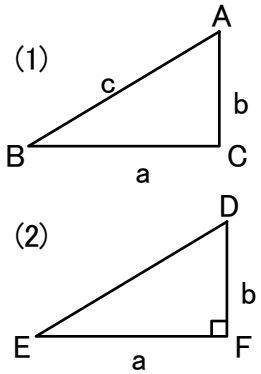
$$a^2 + b^2 = c^2$$

の関係が成り立つならば、
その三角形は、長さcの辺を斜辺とする直角三角形である。

$a^2 + b^2 = c^2$ ならば、∠C＝90°

三平方の定理の逆の証明

（証明）
仮定より、$a^2 + b^2 = c^2$　となっている△ABCを右図(1)のように考える。
次に、長さがa,bとなり、その間の角が90°　となる△DEFを右図(2)のように考える。
もし、△ABC≡△DEFが証明できたとすると、∠C=90°　ということとなるので、△ABCが直角三角形であることが証明できたこととなる。
よって、△ABC≡△DEFであることを証明すればよい。



△DEFについて、三平方の定理より、$a^2 + b^2 = DE^2$　…①
仮定より、$a^2 + b^2 = c^2$　…②

①②より、$c^2 = DE^2$　となる。　c, DE　は正の数であるから、$c = DE$
よって、△ABCと△DEFについて、3辺がそれぞれ等しいので、
△ABC≡△DEFとなる。

ゆえに、三平方の定理の逆が成立する。

第7章　三平方の定理　2. 三平方の定理の逆

基本問題

次の長さを3辺とする三角形のうち、直角三角形はどれか。

（1）6, 7, 9

（2）6, 8, $2\sqrt{7}$

（3）$3\sqrt{5}$, $2\sqrt{3}$, 3

応用問題

（1）直角三角形の直角をはさむ2辺の長さをa, bとし、斜辺の長さをcとするとき、下の表の①～⑤を求めなさい。

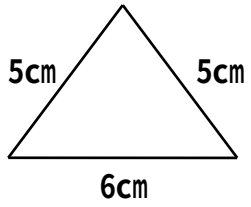
a	8	②	11	8	5
b	①	7	③	15	⑤
c	9	8	13	④	13

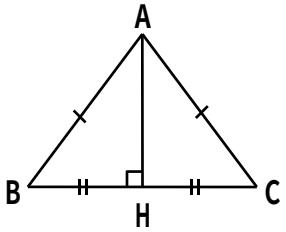
（2）3辺の長さが、$x+3$, $x+5$, $x+7$（cm）で表される直角三角形があるとする。
このときの x の値を求めよ。

第7章　三平方の定理　3．三角形の高さ･対角線の長さ

基本問題

次の二等辺三角形の高さを求めなさい。



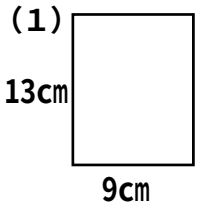


AB=ACの二等辺三角形の底辺BCに頂点Aから垂線AHを引く。
直角三角形の斜辺と他の1辺がそれぞれ等しいので、△ABH≡△ACHとなる。
よって、BH=CHとなる。

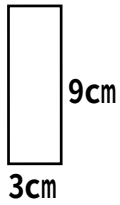
応用問題

1．次の長方形の対角線の長さ、又は、残りの辺の長さを求めよ。

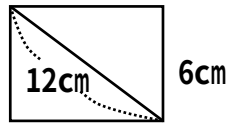
（1）



（2）

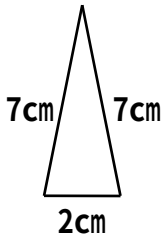


（3）

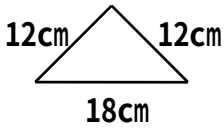


2．次の二等辺三角形の高さ、又は、残りの辺の長さを求めよ。

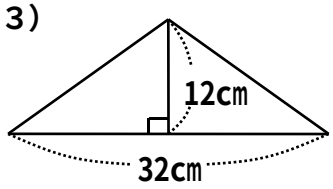
（1）



（2）

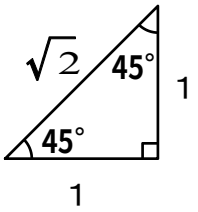


（3）

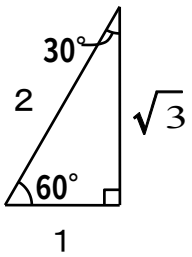


第7章　三平方の定理　4. 特別な三角形の辺の比

特別な三角形の辺の比

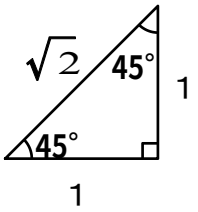


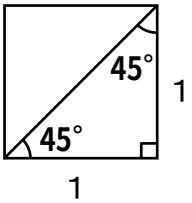
3つの角が90°,45°,45°の
直角二等辺三角形の3辺の割合は、
1：1：$\sqrt{2}$ となる。



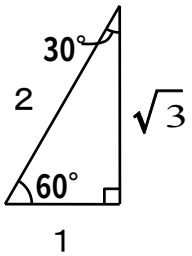
3つの角が90°,60°,30°の
直角三角形の3辺の割合は、
1：2：$\sqrt{3}$ となる。

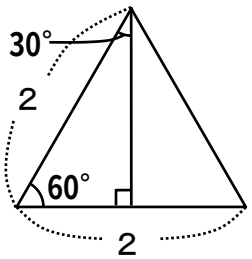
特別な三角形の辺の比　理由





1辺が1の
正方形の対角線
の長さに対応
するから。



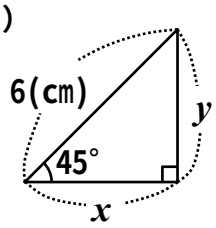


1辺が2の
正三角形の高さ
の長さに対応
するから。

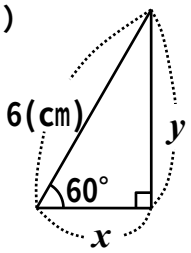
基本問題

下の図で、x, y の値を求めなさい。

（1）



（2）

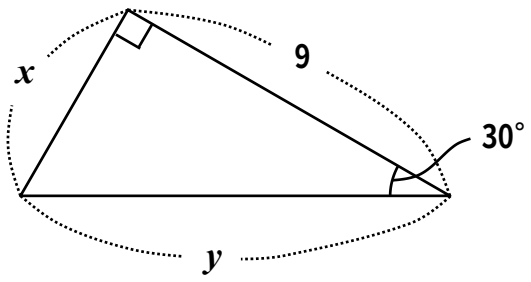


第7章　三平方の定理　4. 特別な三角形の辺の比

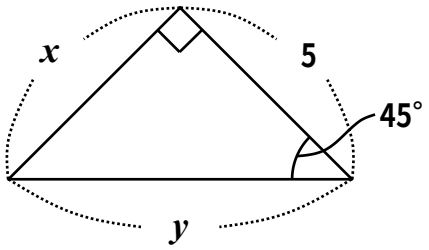
応用問題

下の図で、x, y の値を求めなさい。

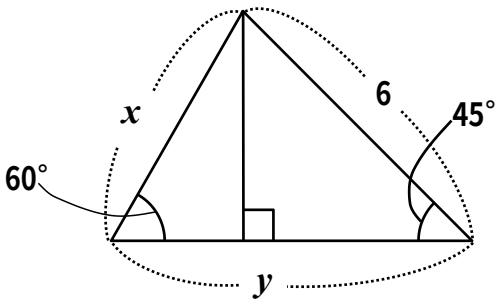
(1)



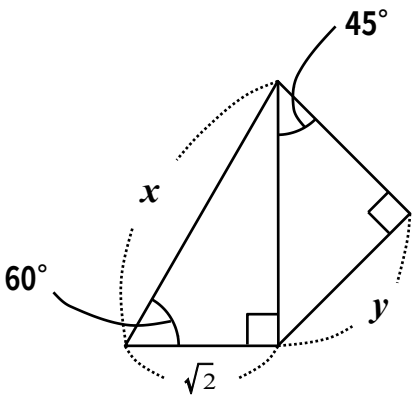
(2)



(3)



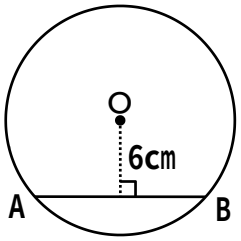
(4)



第7章　三平方の定理　5. 円の弦の長さの求め方

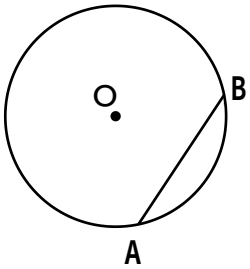
基本問題

半径9cmの円Oにおいて、中心Oからの距離が6cmである弦ABの長さを求めなさい。

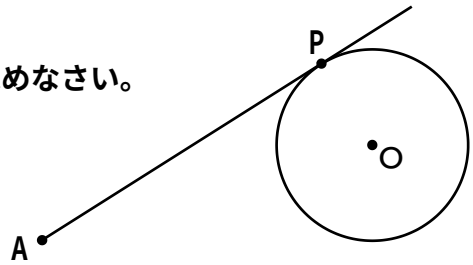


応用問題

１．右図は、半径7cmの円Oである。
このとき、中心Oからの距離が5cmである弦ABの長さを求めなさい。



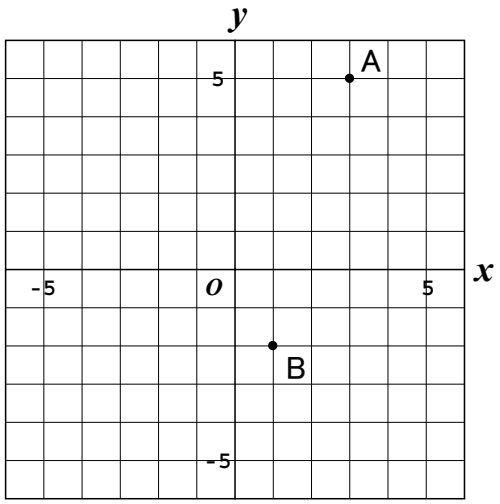
２．右図は、半径3cmの円Oである。
線分ＡＯの長さが12cmとなるような点Ａをとった。
このとき、点Ａから、円Oに引いた接線ＡＰの長さを求めなさい。



第7章　三平方の定理　６．２点間の距離の求め方

基本問題

2点A(3,5),B(1,-2)の間の距離を求めなさい。



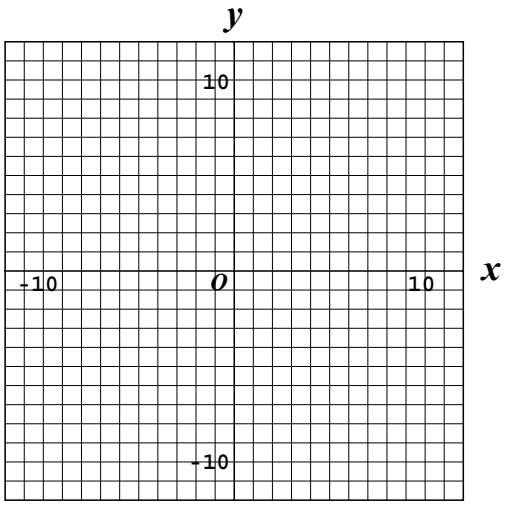
応用問題

次の座標をもつ２点間の距離を求めなさい。

(1)A(9,6),B(3,2)

(2)A(5,6),B(-3,-2)

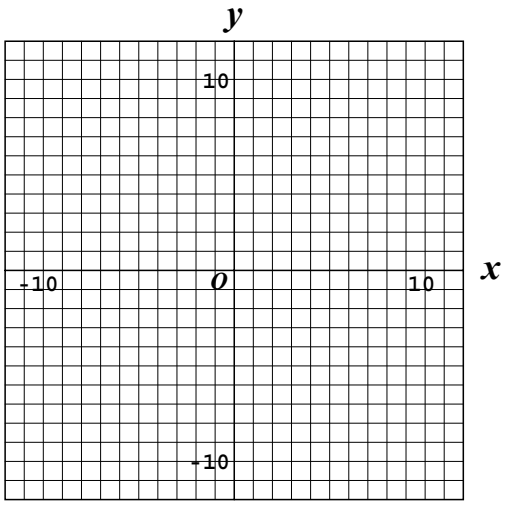
(3)A(-4,7),B(8,2)



(4)A(-1,-5),B(-9,10)

(5)A(4,-3),B(-6,9)

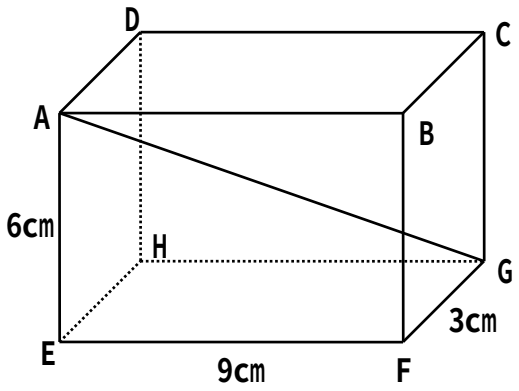
(6)A(7,-6),B(-4,-3)



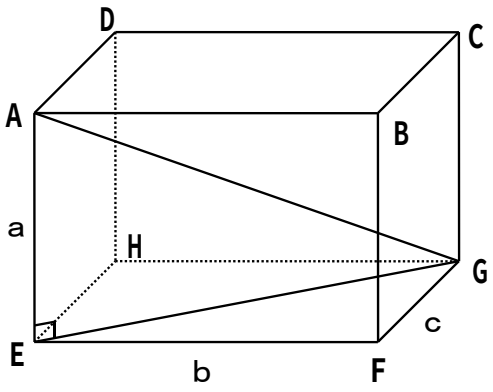
第7章　三平方の定理　7. 直方体の対角線の求め方

基本問題

下図の直方体において、対角線ＡＧの長さを求めよ。



直方体の対角線の長さ



高さａ，横ｂ，奥行きｃの直方体の対角線の長さ

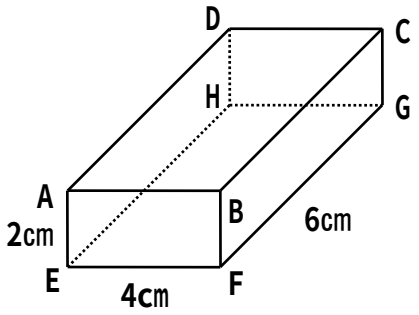
$$\sqrt{a^2+b^2+c^2}$$

Memo

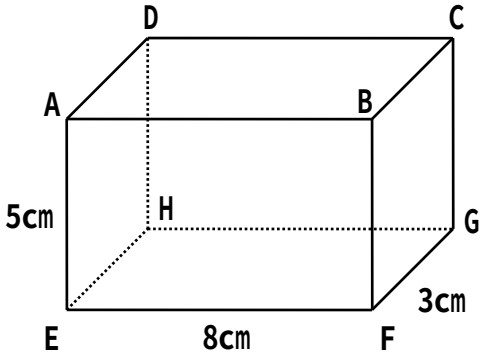
第7章　三平方の定理　7. 直方体の対角線の求め方

応用問題

1. 下図の直方体の対角線の長さを求めよ。



（1）



（2）

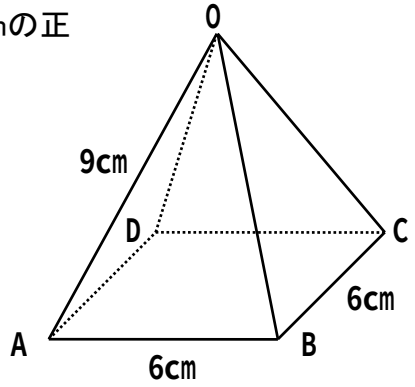
2. 一辺が7cmの立方体の対角線の長さを求めよ。

Memo

第7章　三平方の定理　8．角錐・円錐の高さと体積

基本問題

右図のような正四角錐OABCDがある。底面ABCDは、一辺が6cmの正方形である。他の辺の長さは、全て9cmである。
（1）この正四角錐の高さを求めよ。
（2）この正四角錐の体積を求めよ。



応用問題

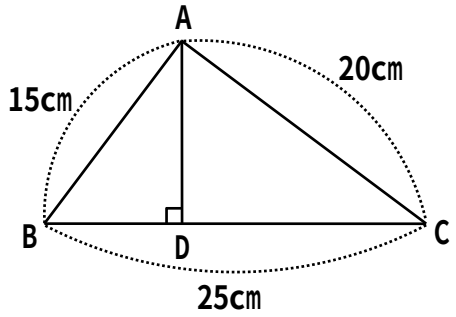
1．底面が一辺12cmの正方形で、残りの全ての辺の長さが14cmの正四角錐について、その高さ、体積、側面積を求めよ。

2．底面の半径が3cmで、母線の長さが6cmの円錐について、その高さ、体積を求めよ。

第7章　三平方の定理　9．平面図形と三平方の定理

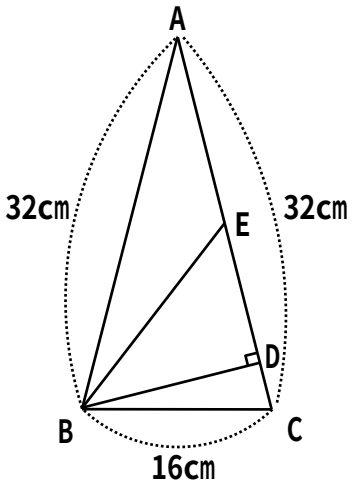
基本問題

右図の△ABCについて、次の問いに答えよ。
（1）△ABCの高さADを求めよ。
（2）△ABCの面積を求めよ。



応用問題

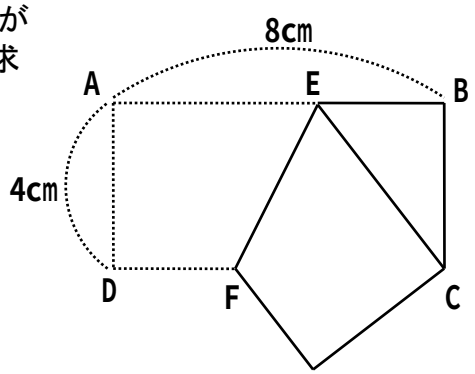
右図の△ABCにおいて、点Bから辺ACに引いた垂線の交点をDとし、辺ACの中点をEとする。このとき、以下の問いに答えよ。
（1）BDの長さを求めよ。
（2）△ABCの面積を求めよ。
（3）線分BEの長さを求めよ。



第7章　三平方の定理　10. 折り曲げ問題と三平方の定理

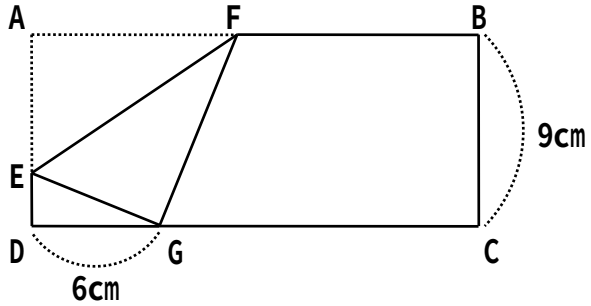
基本問題

右図のように、たて4cm、横8cmの長方形ABCDの紙を頂点Aが頂点Cと重なるように折り曲げた。このとき、線分CEの長さを求めなさい。

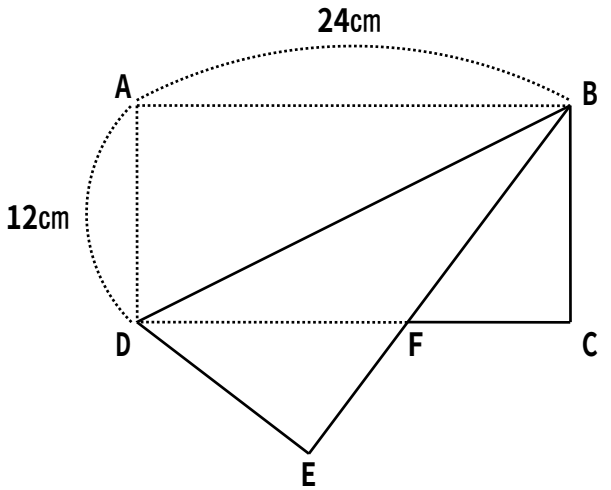


応用問題

1. 右図のように、BC=9cmの長方形ABCDの紙を頂点Aが辺CD上で重なるように折り曲げたところ、DG=6cmとなった。このとき、DEの長さを求めなさい。



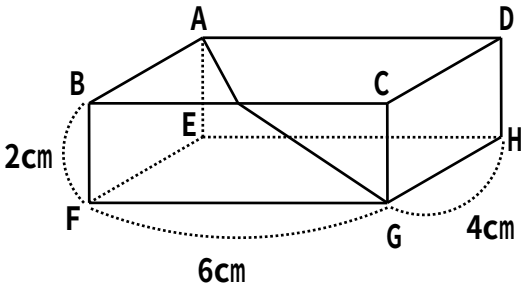
2. 右図のように、たて12cm、横24cmの長方形ABCDの紙を対角線BDで折り曲げた。
このとき、DFの長さを求めなさい。



第7章　三平方の定理　11．立体上の最短距離と三平方の定理

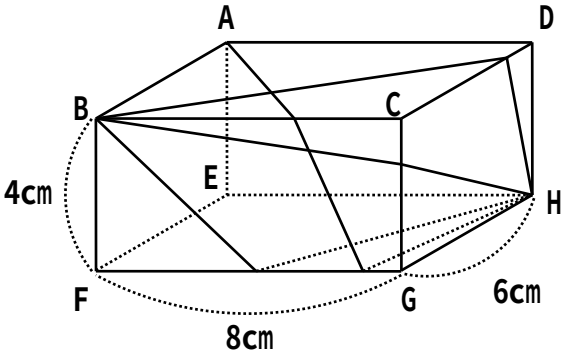
基本問題

右図のように、たて4cm、横6cm、高さ2cmの直方体について、点Aから点Gまで糸をかける。このとき、もっとも短くなるように糸をかけたときの長さを求めよ。



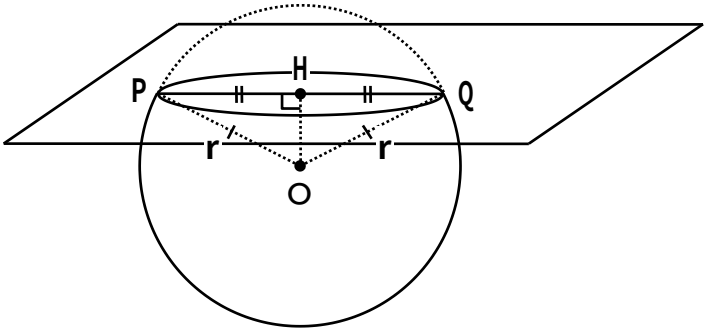
応用問題

下図のようなたて6cm,横8cm,高さ4cmの直方体について次の問いに答えよ。
（1）点Bから点Hまで、次の辺①～③を通るように糸をかけるとき、それぞれ、糸がもっとも短くなるときの長さを求め、どの辺を通るときが最短か答えよ。
　①辺FG　　②辺CG　　③辺CD
（2）点Aから点Hまで、辺BCと辺FGを通るように糸をかけるとき、糸がもっとも短くなるときの長さを求めよ。



第7章　三平方の定理　12. 球と三平方の定理

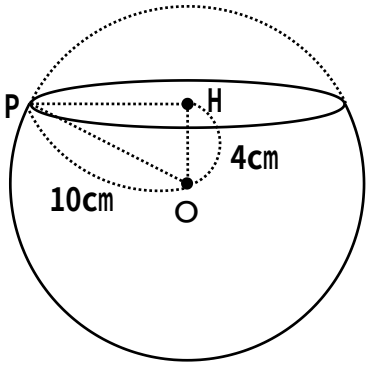
球を平面で切り取ったときの切り口はどうなるか？



中心Oの球を平面で切り取った場合の切り口上の点を、P，Qとする。
OP，OQは、球の半径であるので、OP＝OQとなる。
したがって、△OPQは、二等辺三角形となる。
△OPQの底辺PQに中心Oから垂線を引くと、底辺を二等分するので、PH＝QHとなる。
これは、切り口の周上のどの2点についても同様である。
よって、**①球を平面で切り取ったときの切り口は円である。**
②切り口の平面に引いた垂線は、円の中心を通る。

基本問題

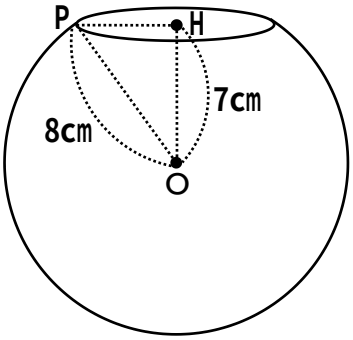
半径10cmの球Oを、中心Oから4cmの距離にある平面で切った。
このとき、切り口の円の半径を求めよ。



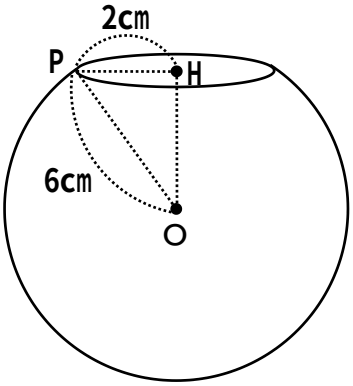
第7章　三平方の定理　12. 球と三平方の定理

応用問題

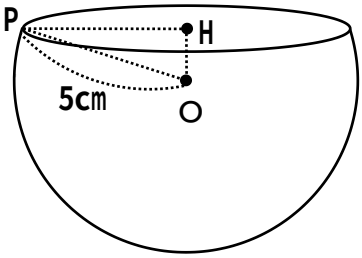
1. 半径8cmの球Oを、中心Oから7cmの距離にある平面で切ったときの切り口の半径を求めよ。



2. 半径6cmの球Oを平面で切ったところ、切り口の円の半径は2cmとなった。このとき、中心Oから切り口の円までの距離を求めよ。



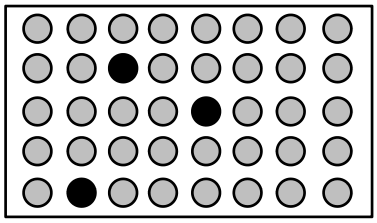
3. 半径5cmの球Oを平面で切ったところ、切り口の円の面積が24πcm^{2}となった。このとき、中心Oから切り口の円までの距離を求めよ。



Memo

第8章　標本調査　　1．全数調査と標本調査

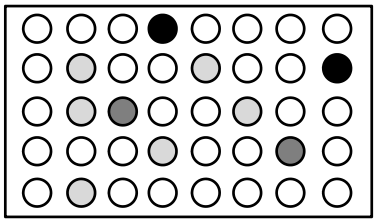
全数調査と標本調査



ある工場で、1日に1万個の**電球**を製造しているとする。このとき、電球に不良品がないかを調査したいとする。
どのような調査方法があるか。

①全数調査
　ある集団について何かを調べるとき、**その集団のすべて**について調べること。
②標本調査
　ある集団について何かを調べるとき、**その集団の一部を取り出して**調査し、全体の性質を予測すること。
（問題）この場合、**どちらの調査方法が適切か考えよう。**
　※1個も不良品を出荷したくないなら全数調査
　※数が多すぎて全数調査が不可能なら標本調査

全数調査と標本調査



（問題）
ある農家では、1日に1000個のみかんを出荷している。
出荷前に、みかんが甘いかどうか（糖度：とうど）の検査をしたい。
全数調査と標本調査のどちらの調査方法が適切でしょうか。

標本調査が適切である。
（理由：例）検査した商品は売り物にならないから。全部が同じ糖度とは限らないから。

①母集団：調査対象全体を**母集団**という。
②標本：調査のために取り出した一部の資料を**標本**という。
③標本の大きさ：標本に含まれる資料の数を**標本の大きさ**という。
④標本を母集団からかたよりなく選ぶことを**無作為に抽出する**という。
　例：乱数さい、乱数表、表計算ソフト

応用問題

1．次の調査は、全数調査と標本調査のどちらが適切であると考えるか。理由とともに、自分の考えを述べなさい。
　①日本全国の中学3年生の体重の調査
　②ある中学校の中学3年生の1ヶ月の読書時間の調査
　③ある工場で生産された缶に入ったオレンジジュースの甘さの調査
　④ある電車の駅の1週間の乗降者数の調査

2．ある中学校3年生300人について、好きな果物の種類を調査するために、標本調査を行うことにした。標本の選び方として、適切と考えられるものはどれか、記号で答えなさい。
　①男子だけを選ぶ。
　②女子40人を無作為に選ぶ。
　③くじ引きで、40人を選ぶ。
　④300人に通し番号をつけて、乱数表を使って40人を選ぶ。

第8章　標本調査　　2. 標本調査の利用

基本問題

AまたはBと書かれたカードが400枚あるとする。
これをよくかき混ぜて20枚を取り出したところ、Aのカードが4枚、Bのカードが16枚であった。
このとき、400枚のカードの中にあるAのカードの枚数を推定しなさい。

応用問題

1. 赤玉と白玉が大量に入った袋がある。よくかき混ぜて、袋から60個の玉を取り出し、赤玉の数を数えて、取り出した玉を再び袋に戻す。これを4回繰り返した。その結果、赤玉は、18個、19個、22個、21個であった。このとき、この袋に入っている赤玉の割合を推定しなさい。

2. ペットボトルのキャップを大量に集めた。集めたキャップの数を推定するために、集めたキャップから100個を取り出して印を付けて、元に戻した。その後、よくかき混ぜて、キャップを200個取り出して、印の付いたキャップの数を調べたところ、16個であった。このとき、集めたペットボトルのキャップは、何個であると推定できるか。

●制作・監修　スカイホープ個別指導学院（http://skyhope.net/）
　塾生の日常生活と調和したカリキュラムを組み、学習習慣を身につけさせることによって、学力向上を図る指導を行う。講師と生徒は1：1、または1：2とし、分からないところを親切丁寧に指導。分からない点を親身になって指導するのをモットーとする。また、地域密着型の個別指導塾として、近隣の学校の内容に合わせた細かい指導も行う。

　学習動画サイト「イークルース（http://e-clus.com）」及び本書の制作・監修は、スカイホープ個別指導学院の講師陣を中心に行われております。

※本書には、解答は付いていません。
　解答は、学習動画サイト「イークルース（http://e-clus.com）」でご確認ください。
　基本問題の解答は無料、応用問題の解答は有料となります。

「イークルース　学習ノート　中学3年数学講座」

発行　2015年4月15日　初版発行

制作・監修　スカイホープ個別指導学院
発　行　者　髙山嘉成

発行所　株式会社 Prisola インターナショナル
〒533-0031
大阪府大阪市東淀川区西淡路1－3－26弥生新大阪第1ビル7階
電話　06-6300-7056　FAX　06-6300-7057
振替　00910-3-227021　URL　http://e-clus.com

ISBN978-4-907897-10-9
落丁・乱丁本は、送料小社負担にて、お取り替えいたします。
この本に関するお問い合わせは、下記のイークルース WEB サイトの問い合わせフォームから「株式会社 Prisola インターナショナル　イークルース事務局」までお願い致します。
http://e-clus.com/contact/

ⓒ2015 Prisola International Inc.
※本書の一部又は全部を著作権法で定められている範囲を超えて、当社に無断で複写、複製、転載、データ化、上映、アップロード、公衆送信上映等を行うことを禁じます。